

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RECÔNCAVO DA BAHIA CENTRO DE
CIÊNCIAS AGRÁRIAS, AMBIENTAIS E BIOLÓGICAS PROGRAMA DE
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AGRÍCOLA
CURSO DE MESTRADO**

**ESTUDO DA EVAPOTRANSPIRAÇÃO DE REFERÊNCIA PARA PROJETOS
DE IRRIGAÇÃO: UMA ABORDAGEM PROBABILÍSTICA**

VALDENICE BATISTA FERREIRA

CRUZ DAS ALMAS – BA

MARÇO, 2023

**ESTUDO DA EVAPOTRANSPIRAÇÃO DE REFERÊNCIA PARA PROJETOS
DE IRRIGAÇÃO: UMA ABORDAGEM PROBABILÍSTICA**

Valdenice Batista Ferreira

Engenheira Agrônoma

Instituto Federal de Ciência e Tecnologia Goiano – Campus Iporá

Dissertação apresentada ao
Colegiado do Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Agrícola da
Universidade Federal do Recôncavo
da Bahia, como requisito para
obtenção do Título de Mestre em
Engenharia Agrícola (Área de
Concentração: Agricultura Irrigada e
Recursos Hídricos)

Orientador: Prof. Dr. José Antônio Frizzone

CRUZ DAS ALMAS – BA

MARÇO, 2023

FICHA CATALOGRÁFICA

F383e	<p>Ferreira, Valdenice Batista. Estudo da evapotranspiração de referência para projetos de irrigação: uma abordagem probabilística / Valdenice Batista Ferreira. Cruz das Almas, BA, 2023. 117f.; il.</p> <p>Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Centro de Ciências Agrárias, Ambientais e Biológicas, Mestrado em Engenharia Agrícola.</p> <p>Orientador: Prof. Dr. José Antônio Frizzone.</p> <p>1.Irrigação – Manejo. 2.Evapotranspiração – Análise. I.Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Centro de Ciências Agrárias, Ambientais e Biológicas. II.Título.</p> <p>CDD: 631.587</p>
-------	---

Ficha elaborada pela Biblioteca Universitária de Cruz das Almas - UFRB. Responsável pela Elaboração Antonio Marcos Sarmiento das Chagas (Bibliotecário - CRB5 / 1615).

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RECÔNCAVO DA BAHIA CENTRO DE
CIÊNCIAS AGRÁRIAS, AMBIENTAIS E BIOLÓGICAS PROGRAMA DE
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AGRÍCOLA
CURSO DE MESTRADO**

**ESTUDO DA EVAPOTRANSPIRAÇÃO DE REFERÊNCIA PARA PROJETOS
DE IRRIGAÇÃO: UMA ABORDAGEM PROBABILÍSTICA**

Comissão Examinadora da Defesa de Dissertação de
Valdenice Batista Ferreira

Aprovada em 10 de julho de 2023



Documento assinado digitalmente
JOSE ANTONIO FRIZZONE
Data: 11/07/2023 12:47:00-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Prof. Dr. José Antônio Frizzone
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia/UFRB
(Orientador)



Documento assinado digitalmente
ODILIO COIMBRA DA ROCHA NETO
Data: 11/07/2023 15:09:17-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Prof. Dr. Odílio Coimbra da Rocha
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia/UFRB
(Examinador Interno)



Documento assinado digitalmente
RAIMUNDO NONATO TAVORA COSTA
Data: 11/07/2023 14:37:41-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Prof. Dr. Raimundo Nonato Távora da Costa
Universidade Federal do Ceará
(Examinador Externo)

DEDICATÓRIA

A Todos que compartilharam comigo
conhecimento, tempo, um café.

Dedico

AGRADECIMENTOS

Expresso minha profunda gratidão a todos que de alguma forma colaboraram com o presente trabalho:

Agradeço primordialmente a Deus pela dádiva da vida e pela oportunidade de me envolver na pesquisa;

À minha família, em especial aos meus pais Maria Angélica Ferreira e Joel José Batista, por todo o suporte emocional e financeiro, por me incentivarem a sempre buscar mais conhecimento e por serem a minha base sólida em todos os momentos da minha vida. Agradeço também aos meus irmãos, em especial a Luzia Batista Ferreira, por compartilhar comigo os dias de alegrias e dificuldades;

Aos meus professores, que desempenharam um papel fundamental na minha formação acadêmica e pessoal, e que me incentivaram a ir além. Em especial, agradeço a Marieta Barbosa, Daniel Emanuel, Maristela Guimarães, Renato Lara e Francisco Airdesson por compartilharem seus conhecimentos e experiências;

Ao meu professor e orientador José Antônio Frizzone, por me guiar e colaborar significativamente para o sucesso deste trabalho;

À Verônica Gaspar Martins Leite de Melo, pela colaboração e pelo tempo dedicado para o desenvolvimento deste estudo;

Aos membros da banca examinadora de qualificação e defesa pelas contribuições, Professores e doutores: Francisco Airdesson Lima, Vital Pedro Paz, Odílio Coimbra da Rocha, Raimundo Nonato Távora da Costa e José Antônio Frizzone, pela disponibilidade e colaboração;

Aos meus amigos Mônica Alves, Amanda Munielly, Gilmaro Souza, Igor Nascimento, Geovana Paim, José Carlos e Talita Cajango, que me apoiaram diretamente na minha trajetória acadêmica e pessoal;

Aos pesquisadores que mantêm constantemente informações relevantes para a pesquisa no país, pois sem eles, a ciência não seguiria;

À Universidade Federal do Recôncavo da Bahia e ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Agrícola, docentes, diretores, coordenadores e toda administração, que

proporcionaram um ambiente harmonioso e organizado para o desenvolvimento acadêmico;

Às instituições de fomento à pesquisa, em especial à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão da bolsa;

Aos colaboradores da universidade, em especial a Danilo Brito, Lohana Camila dos Reis e Edilson Bastos, que contribuem com a administração do prédio e por me apoiarem em diversas ocasiões;

Às instituições públicas como o INMET, que fornecem base de dados para o público de maneira facilitada;

Às instituições públicas de ensino, em especial as que frequentei desde o ensino básico até a universidade - Creche Casulo Menino Deus, Aparecida Velíne, Escola Municipalizada John Kennedy, Maria Amaral Guimarães Gondim, Arnaldo Cardoso, Escola Família Agrícola de Riacho de Santana (EFA) , Instituto Federal Goiano – Campus Iporá e Universidade Federal do Recôncavo da Bahia. Imensamente grata a todos, por terem feito parte desta jornada, sem vocês, este trabalho não teria sido possível.

Muito Obrigada!

ESTUDO DA EVAPOTRANSPIRAÇÃO DE REFERÊNCIA PARA PROJETOS DE IRRIGAÇÃO: UMA ABORDAGEM PROBABILÍSTICA

RESUMO: A variabilidade da evapotranspiração de referência (ET_0) tem sido explorada amplamente na literatura, sendo um fenômeno de vital importância em diversos âmbitos, entre eles, para o dimensionamento adequado da capacidade de sistemas de irrigação. Seu uso tem sido recomendado em termos probabilísticos, e tem sido aplicadas funções que estimam a probabilidade associada a este fenômeno. Considerando o comportamento aleatório da evapotranspiração de referência, em diferentes regiões, é necessário selecionar distribuições apropriadas para cada regime. À vista disso, para melhorar a acurácia da previsão de dados da ET_0 , a utilização de modelos de previsão mais robustos, como os modelos de mistura de distribuição de probabilidades, é um tópico de interesse de pesquisa. Com o objetivo de avaliar qual modelo de distribuição de probabilidade melhor se ajusta aos dados de evapotranspiração de referência do município de Bom Jesus da Lapa – BA, visando projetos de sistema de irrigação, foram testadas dez distribuições de probabilidade, sendo sete distribuições padrões de um componente: Beta, Gama, Log Normal, Normal e Weibull com dois parâmetros; Burr XII com três e quatro parâmetros, e três distribuição de mistura com dois componentes: a *FDP* BurrXII e *FDP* Generalizada de Valores Extremos (BurrGev7), *FDP* com dois componentes da Weibull (WW5) e *FDP* Generalizada de Valores Extremos com Weibull (GevW6), avaliando o ajuste para diferentes períodos de intervalos de irrigação (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12 e 15 dias.). Foram utilizadas estatísticas amostrais para selecionar o melhor modelo para representar a distribuição de frequência do evento, para a região de estudo. As funções densidades de probabilidade de mistura, foram as que melhor se ajustaram aos dados observados, em todos os períodos analisados. A distribuição de mistura BurrGev7, foi a que apresentou o melhor desempenho na maioria dos períodos, seguida da *FDP* WW5e em terceiro lugar a GevW6. Entre as *FDPs* padrões de um componente, a Weibull com dois parâmetros apresentou o melhor desempenho, porém, inferior às *FDPs* de mistura.

Palavras-chave: Distribuição de probabilidades, probabilidade de excedência, tempo de retorno, risco de falha.

REFERENCE EVAPOTRANSPIRATION STUDY FOR IRRIGATION PROJECTS: A PROBABILISTIC APPROACH

ABSTRACT: The variability of the reference evapotranspiration (ET₀) has been widely explored in the literature, being a phenomenon of vital importance in several areas, among them, for the adequate sizing of the capacity of irrigation systems. Its use has been recommended in probabilistic terms, and functions that estimate the probability associated with this phenomenon have been applied. Considering the random behavior of reference evapotranspiration in different regions, it is necessary to select appropriate distributions for each regime. To improve the prediction accuracy of ET₀ data, the introduction of superior prediction models such as probability distribution mixing models is a topic of research interest. In order to evaluate which probability distribution model best fits the reference evapotranspiration data from the municipality of Bom Jesus da Lapa - BA, looking for irrigation system projects, ten probability distributions were recorded, seven of which are standard distributions of one component: Beta, Gamma, Log Normal, Normal and Weibull with two parameters; Burr XII with three and four parameters, and three mixing distributions with two components: the BurrXII PDF and Generalized PDF of Extreme Values (BurrGev7), two-component PDF of Weibull (WW5) and Generalized PDF of Extreme Values with Weibull (GevW6), evaluating the adjustment for different irrigation periods (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12 and 15 days.). Sample statistics were used to select the best model to represent the event frequency distribution for the study region. The mixing probability densities functions were the ones that best fit the observed data, in all analyzed periods. The BurrGev7 mixture distribution was the one that presented the best performance in most periods, followed by FDP WW5 and in third place GevW6. Among the one-component standard PDFs, the two-parameter Weibull showed the best performance, however, inferior to the mixture PDFs.

Keywords: Probability distribution, exceedance probability, return period, risk of failure.

LISTA DE TABELAS

TABELA 1. TABELA DE CLASSIFICAÇÃO DO COEFICIENTE DE PEARSON. FONTE: ADAPTADO DE DEVORE (2006) E CAMPOS ET AL. (2008)

TABELA 2. CLASSIFICAÇÃO DE DESEMPENHO SUGERIDA PARA AVALIAÇÃO DO MODELO COM BASE NO *PMARE* (ALI E ABUSTAN, 2014)

TABELA 3. ESTATÍSTICAS DA AMOSTRA DE VARIÁVEIS DO CLIMA OBSERVADAS NO PERÍODO DE 37 ANOS ANALISADOS

TABELA 4. ESTATÍSTICAS DA AMOSTRA PARA OS DIFERENTES PERÍODOS DE *ET0* ACUMULADA

TABELA 5. EVAPOTRANSPIRAÇÃO DE REFERÊNCIA CALCULADA PELA DISTRIBUIÇÃO DE MISTURA DE DOIS COMPONENTES DE WEIBULL PARA DIFERENTES COMPRIMENTOS DE PERÍODOS DURANTE O ANO E EM FUNÇÃO DE DIVERSOS NÍVEIS DE PROBABILIDADES

TABELA I. PARÂMETROS DE AJUSTE ESTIMADOS PARA AS DEZ DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES ANALISADAS EM ONZE PERÍODOS DE *ET0* ACUMULADA CONSECUTIVAMENTE, PARA BOM JESUS DA LAPA - BA

TABELA II. INDICADORES DE DESEMPENHO DAS FUNÇÕES DENSIDADE DE PROBABILIDADES APLICADAS À EVAPOTRANSPIRAÇÃO DE REFERÊNCIA ACUMULADA EM 11 PERÍODOS DISTINTOS, EM BOM JESUS DA LAPA – BA.

TABELA III. CLASSIFICAÇÃO (DA PRIMEIRA À DÉCIMA COLOCAÇÃO) DAS DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES DE *ET0* EM BOM JESUS DA LAPA – BA, SEGUNDO OS ÍNDICES DE DESEMPENHO.

TABELA IV. NOTAS (ESCALA DE 1 A 10) ATRIBUÍDAS AO DESEMPENHO DAS DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE DE *ET0*, EM BOM JESUS DA LAPA - BA

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Cidade de Bom Jesus da Lapa - BA com região de perímetro irrigado (projeto formoso).

Figura 2. Variação da precipitação anual e da evapotranspiração de referência em 37 anos de observação da cidade de Bom Jesus da Lapa - BA.

Figura 3. Etapas do ajuste das funções densidades de probabilidade aos dados de evapotranspiração de referência da cidade de Bom Jesus da Lapa - BA.

Figura 4. ET_0 diária (mm) calculada para a amostra dos 37 anos analisados.

Figura 5. Coeficiente de variação de ET_0 para cada dia do ano .

Figura 6. Distribuição de frequências dos valores diários de ET_0 .

Figura 7. Indicador de desempenho da raiz o erro médio quadrático (rmse) para as funções densidade de probabilidades aplicadas à evapotranspiração de referência acumulada em 11 períodos distintos, em Bom Jesus da Lapa - BA.

Figura 8. Indicador de desempenho de kolmogorov smirnov (ks) das funções densidade de probabilidades aplicadas à evapotranspiração de referência acumulada em 11 períodos distintos, em Bom Jesus da Lapa - BA.

Figura 9. Indicador de desempenho do erro médio absoluto (pmare) das funções densidade de probabilidades aplicadas à evapotranspiração de referência acumulada em 11 períodos distintos, em Bom Jesus da Lapa - BA.

Figura 10. Indicador de desempenho do critério de informação de akaike (aic), das funções densidade de probabilidades aplicadas à evapotranspiração de referência acumulada em 11 períodos distintos, em Bom Jesus da Lapa - BA.

Figura 11. Nota de desempenho das distribuições de probabilidades aplicadas aos dados de ET_0 em Bom Jesus da Lapa - BA

Figura 12. Curvas de distribuição de probabilidades acumuladas de ET_0 , observadas e estimadas e gráficos $P - P$, para comparação visual entre as distribuições w_2 , ww_5 , $gevw_6$ e $burrgev_7$, para intervalos de 1 dia e acumulado de 15 dias, em Bom Jesus da Lapa - BA.

Figura 13. Evapotranspiração de referência média no período (mm dia^{-1}) em função do tamanho do período de análise (dias).

Figura 14. Valores recomendados de ET_0 (mm dia^{-1}) para projeto de irrigação em função do intervalo de irrigação e do período de retorno (t) a ser utilizado, para Bom Jesus da Lapa - BA.

Figura 15. Risco de falha para satisfazer a ET_0 de projeto como uma função da vida útil esperada do sistema de irrigação e do período de retorno escolhido

LISTA DE SIGLAS

AIC : Critério de Informação de Akaike

$AICC$: AIC corrigido

BIC : critério de informação Bayesiano

\hat{F}_i : probabilidade acumulada prevista no i -ésimo intervalo de classe

\hat{f}_i : probabilidade estimada no i -ésimo intervalo de classe;

Φ_i : vetor de parâmetros da i – ésima distribuição.

C_a : coeficiente de momento de assimetria

C_c : coeficiente de momento de curtose

C_d : constante que considera a resistência do dossel e a rugosidade da superfície = $0,34 \text{ K mm s}^3 \text{ Mg}^{-1} \text{ dia}^{-1}$;

C_n : constante que considera a resistência aerodinâmica da atmosfera ao transporte do vapor d'água = 900 s m^{-1} .

D_1 : diferença entre a maior frequência e a frequência da classe imediatamente anterior;

D_2 : diferença entre a maior frequência e a frequência da classe imediatamente seguinte.

E_a : eficiência de aplicação assumida para o sistema, décimos.

E_i : frequência absoluta esperada no intervalo de classe i .

F^{-1} : função inversa da FDA teórica

F_i : probabilidade acumulada observada no intervalo de classe

F_i : Probabilidade empírica da i -ésima observação.

H_0 : hipótese

K_c : coeficiente de cultura definido para a fase de pleno desenvolvimento da cultura;

K_c : coeficientes de cultura

K_{cb} : coeficiente de cultura basal

K_e : coeficiente de evaporação do solo

K_r : coeficiente de cobertura;

M_3 : momento de ordem 3 centrado na média,

M_4 : o momento de ordem 4 centrado na média,

O_i : frequência absoluta amostral observada no intervalo de classe i ;

Q_s : vazão necessária ao sistema de irrigação, $\text{m}^3 \text{ h}^{-1}$;

R^2 : coeficiente de determinação

$R_{P,F}^2$: coeficiente de determinação que mede o ajuste entre a FDA teórica e as frequências acumuladas observadas no histograma de frequências.

R_{PP}^2 : coeficiente de determinação associado ao gráfico $P-P$
 R_{QQ}^2 : coeficiente de determinação associado ao gráfico $Q-Q$ ($Q-Q$ plot),
 R_a : radiação solar no topo da atmosfera ($\text{MJ m}^{-2} \text{ dia}^{-1}$).
 R_{aj}^2 : Coeficiente de determinação ajustado
 R_n : saldo de radiação ou radiação líquida disponível na superfície, $\text{MJ m}^{-2} \text{ dia}^{-1}$;
 R_{nl} : saldo de radiação de ondas longas ($\text{MJ m}^{-2} \text{ dia}^{-1}$).
 R_{ns} : saldo de radiação de ondas curtas
 R_{ns} : saldo de radiação de ondas curtas ($\text{MJ m}^{-2} \text{ dia}^{-1}$);
 R_s : radiação solar incidente ($\text{MJ m}^{-2} \text{ dia}^{-1}$)
 R_{so} : radiação solar incidente na ausência de nuvens ($\text{MJ m}^{-2} \text{ dia}^{-1}$);
 T_a : tempo de aplicação de água na área A , h;
 $T_{\text{máx}}$: temperatura máxima do dia ($^{\circ}\text{C}$);
 $T_{\text{mín}}$: temperatura mínima do dia ($^{\circ}\text{C}$);
 U_2 : velocidade média diária do vento a 2 m de altura, m s^{-1} ;
 e_a : pressão atual de vapor d'água no ar, a 2 m de altura, kPa;
 e_s : pressão de saturação média de vapor d'água no ar, kPa;
 \bar{x} : média
 \bar{x} : valor médio observado
 x_i : i -ésima observação da variável aleatória
 x_i : i -ésimo valor da amostra de tamanho n .
 θ_0 : frequência de valores nulos da variável aleatória;
 χ^2 : qui-quadrado
 Δ : declividade da curva de pressão de saturação de vapor d'água da atmosfera no ponto correspondente à temperatura média do ar, $\text{kPa } ^{\circ}\text{C}^{-1}$;
 $B2$: função densidade de probabilidade Beta de dois parâmetros;
 $BDMEP$: Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa ,
 $Burr3$: função densidade de probabilidade BurrXII de três parâmetros;
 $Burr4$: função densidade de probabilidade BurrXII de quatro parâmetros;
 $BurrGev7$: função densidade de probabilidade com dois componentes BurrXII de três parâmetros mais Generalizada de Valores Extremos.
 $G2$: função densidade de probabilidade Gama de dois parâmetros;
 $GevW6$: função densidade de probabilidade com dois componentes Generalizada de Valores Extremos mais Weibull;

INMET: Instituto Nacional de Meteorologia

LN2: função densidade de probabilidade Log-Normal de dois parâmetros;

N2: função densidade de probabilidade Normal de dois parâmetros;

W2: função densidade de probabilidade de Weibull de dois parâmetros;

WW5: função densidade de probabilidade com dois componentes de Weibull;

z: altitude

A: coeficiente de reflexão da vegetação (albedo), sendo considerado igual a 0,23 para a cultura de referência.

Δ : declinação solar.

σ : constante de Stefan-Boltzmann ($4,903 \times 10^{-9} \text{ MJm}^{-2} \text{ dia}^{-1}$);

ϕ : representa a latitude do local em radianos.

Φ : vetor de parâmetros,

ω_s : ângulo horário ao nascer do sol;

A: área a ser irrigada simultaneamente, ha;

AD: Anderson-Darling

AIC: Critério de Akaike

C: amplitude da classe modal;

ET_0 : evapotranspiração de referência

ET_c : evapotranspiração potencial da cultura

ET_p : evapotranspiração potencial

E: evaporação

ET: evapotranspiração

$F(X)$: probabilidade de obter $ET_0 \leq x$.

$F'(X)$: probabilidade de obter $ET_0 \geq x$

FDA: função de distribuição acumulada

FDA: função de distribuição acumulada

FDP: função densidade de probabilidade

FDP:funções densidade de probabilidade

G: densidade de fluxo de calor na superfície do solo, $\text{MJ m}^{-2} \text{ dia}^{-1}$;

I: intervalo entre duas irrigações sucessivas, dias;

IAF: índice de área foliar

IRN: Irrigação real necessária

J: dia do ano (de 1 a 365 ou 366, para ano bissexto).

KS: teste estatístico de Kolmogorov-Smirnov

L: limite inferior da classe modal;

MAE: erro médio absoluto

Me: mediana

Mo: moda

N: vida útil do sistema (anos).

$P(X \leq x_0)$: probabilidade de ocorrer *X* igual ou inferior a um valor x_0 .

PMARE%: erro médio absoluto relativo

Patm: pressão atmosférica local (kPa).

R: risco permissível,

RMSE: raiz quadrada do erro médio quadrático

S: desvio padrão

T: período de retorno

T: temperatura média diária do ar, °C;

T: transpiração

X: variável aleatória

X: variável aleatória contínua

dr: distância inversa relativa entre a Terra e o Sol;

e: base do sistema de logaritmos naturais 2,718282 e

exp: base do logaritmo natural *e* (2,71828)

m: número de parâmetros da distribuição a estimar.

n: tamanho da amostra

r: Coeficiente de correlação linear de Pearson

y: variável transformada de tal forma que $0 \leq y \leq 1$.

Γ : função gama.

γ : constante psicrométrica, kPa °C⁻¹ ($\cong 0,063$ kPa °C⁻¹);

π : constante matemática com valor aproximado de 3,14159.

ω : parâmetro de mistura

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	20
2. REVISÃO DE LITERATURA	23
2.1. EVAPOTRANSPIRAÇÃO	23
2.2.1 EVAPOTRANSPIRAÇÃO DE REFERÊNCIA - ET_0	23
2.2.2 CÁLCULO DA EVAPOTRANSPIRAÇÃO DE REFERÊNCIA POR PENMAN-MONTEITH: PADRÃO FAO - 56.....	25
2.2.3 EVAPOTRANSPIRAÇÃO DE CULTURA - ET_c	27
2.2. DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS DA EVAPOTRANSPIRAÇÃO DE REFERÊNCIA.....	29
2.2.1. FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE (FDP) E FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA (FDA) DE VARIÁVEL ALEATÓRIA CONTÍNUA.....	31
2.2.2. DISTRIBUIÇÕES HÍBRIDAS OU MISTAS	32
2.2.3. MODELOS DE MISTURA DE DISTRIBUIÇÕES INDEPENDENTES	32
2.3. CRITÉRIOS UTILIZADOS PARA AVALIAÇÃO DA QUALIDADE DO AJUSTE DE FDPS	34
2.4.1 LN-VEROSSIMILHANÇA ($Ln L$) E CRITÉRIOS DE INFORMAÇÃO DE AKAIKE (AIC) E BAYESIANA (BIC)	34
2.4.2 COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO (R^2).....	36
2.4.3. COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO LINEAR DE PEARSON (r)	39
2.4.3 ERRO MÉDIO ABSOLUTO (MAE)	41
2.4.4 ERRO MÉDIO ABSOLUTO RELATIVO ($PMARE\%$)	42
2.4.5 RAIZ QUADRADA DO ERRO MÉDIO QUADRÁTICO ($RMSE$)	43
2.4.6. TESTE ESTATÍSTICO DO QUI-QUADRADO (χ^2)	43
2.4.7. TESTE ESTATÍSTICO DE KOLMOGOROV-SMIRNOV (KS) E ANDERSON-DARLING (AD).....	44
2.5 ESTATÍSTICAS AMOSTRAIS.....	49
2.5.1 COEFICIENTE DE MOMENTO DE ASSIMETRIA	49
2.5.2 COEFICIENTE DE MOMENTO DE CURTOSE	49
2.5.2 MODA.....	50
2.5.3 MEDIANA.....	50

2.6	PERÍODO DE RETORNO E RISCO	50
2.7	VAZÃO NECESSÁRIA A UM SISTEMA DE IRRIGAÇÃO	51
3	MATERIAL E MÉTODOS	52
3.1	CARACTERIZAÇÃO GEOGRÁFICA E CLIMÁTICA DA REGIÃO DE ESTUDO 52	
3.2	DADOS E PERÍODO UTILIZADO PARA O ESTUDO	54
3.3	ESTIMATIVA DA EVAPOTRANSPIRAÇÃO DE REFERÊNCIA.....	55
3.4	ORGANIZAÇÃO DOS DADOS E ESTATÍSTICA AMOSTRAL.....	57
3.4.1	MÉDIA.....	58
3.4.2	DESVIO PADRÃO	58
3.4.3	COEFICIENTE DE MOMENTO DE ASSIMETRIA	58
3.4.4	COEFICIENTE DE MOMENTO DE CURTOSE	58
3.4.5	MODA.....	59
3.4.6	MEDIANA	59
3.5	MODELOS DE PROBABILIDADES TEÓRICOS ANALISADOS	59
3.5.1	FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DE WEIBULL DE DOIS PARÂMETROS: W2	60
3.5.2	FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE NORMAL DE DOIS PARÂMETROS: N2	60
3.5.3	FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE LOG-NORMAL DE DOIS PARÂMETROS: LN2.....	61
3.5.4	FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE BETA DE DOIS PARÂMETROS: B2.....	62
3.5.5	FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE GAMA DE DOIS PARÂMETROS: G2	64
3.5.6	FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE BURRXII DE TRÊS PARÂMETROS: BURR3	65
3.5.7	FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE BURRXII DE QUATRO PARÂMETROS: BURR4	66
3.5.8	FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE COM DOIS COMPONENTES DE WEIBULL: WW5	67
3.5.9	FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE COM DOIS COMPONENTES GENERALIZADA DE VALORES EXTREMOS MAIS WEIBULL: GEVW6.....	68

**3.5.10 FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE COM DOIS COMPONENTES
BURRXII DE TRÊS PARÂMETROS MAIS GENERALIZADA DE VALORES EXTREMOS:
BURRGEV7 69**

3.6 ANÁLISE DA QUALIDADE DO AJUSTE E COMPARAÇÃO ENTRE AS DISTRIBUIÇÕES	70
3.7 PERÍODO DE RETORNO E RISCO	70
3.8 VAZÃO NECESSÁRIA A UM SISTEMA DE IRRIGAÇÃO	71
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	73
4.4 SELEÇÃO DE FUNÇÕES DENSIDADE DE PROBABILIDADE.....	77
4.5 EVAPOTRANSPIRAÇÃO DE REFERÊNCIA PROVÁVEL.....	83
4.6 PERÍODO DE RETORNO DA EVAPOTRANSPIRAÇÃO DE REFERÊNCIA E RISCO 86	
5 CONCLUSÕES.....	91
BIBLIOGRAFIA	92

1. INTRODUÇÃO

A irrigação é a aplicação artificial de água ao solo por meio de métodos capazes de atender da melhor forma possível as condições do meio físico, como a demanda de água da cultura, condições topográficas do terreno, capacidade de retenção de água do solo e a aos objetivos desejados desta prática: maximizar a produtividade ou o lucro com mínima degradação ambiental. Para dimensionamento de projetos de irrigação, a estimativa da demanda hídrica da cultura, determina a capacidade do sistema.

A determinação da quantidade de água necessária à irrigação (*IRN* – irrigação real necessária) é um dos principais parâmetros para o projeto e manejo, bem como para avaliação da disponibilidade de recursos hídricos. A *IRN* pode ser estimada pela equação do balanço hídrico simplificada, considerando-se a diferença entre a evapotranspiração potencial da cultura (ET_c) e a precipitação pluvial (Bernardo et al., 2019).

A irrigação real necessária conduz à quantidade de água requerida em determinado período, de modo a satisfazer a evapotranspiração da cultura, estimada pelo produto entre o fenômeno da evapotranspiração de referência (ET_0) – um parâmetro climático que representa o poder evaporante da atmosfera e o K_c - um coeficiente de cultura (Allen et al. 1998).

Na agricultura irrigada, a quantificação precisa da ET_0 é uma questão básica para a estimativa das necessidades hídricas das culturas, visando o dimensionamento de projeto e o manejo racional dos recursos hídricos (Ababaei, 2014; Silva et al. 2015). Tikhamarine et al. (2020) justificam a importância da evapotranspiração de referência, ao fato desse fenômeno ser preponderante no ciclo hidrológico, representando grande parte da devolução da entrada de água pela precipitação, sendo assim um elemento essencial na gestão sustentável dos recursos hídricos.

O fato de os projetos hidráulicos, em geral, serem concebidos considerando o custo mínimo, associado a um risco admissível de falha, requer a previsão de grandezas hidrológicas que podem vir a ocorrer na localidade do projeto. A exemplo da evapotranspiração de referência, essas grandezas podem apresentar variabilidade espacial e temporal.

Allen et al. (2007) já atestaram que a ET_0 apresenta relativa variabilidade ao longo do tempo sugerindo que sejam feitos estudos com análises de frequência desse evento e apresente valores de ET_0 em termos probabilísticos. Para descrição dessa variável ao longo do tempo empregaram-se diferentes funções densidade de probabilidade (*FDP*). As mais comuns na literatura são a de Gumbel Tipo I, Beta, Gama, Normal e Log Normal (Fietz et al., 1997; Saad et al., 2002; Pereira & Frizzone, 2005; Denski & Back, 2015; Dias, 2018; Melo et al. 2021; Santiago et al., 2021).

As *FDPs* mais amplamente utilizadas e recomendadas tem sido a Normal e a Beta (Saad 2002; Allen et al. 2007; Uliana et al. 2017; Dias 2018). No entanto, essas distribuições unimodais de dois parâmetros podem não representar adequadamente todos os regimes de ET_0 encontrados na natureza como, por exemplo, aqueles com distribuições bimodais. Portanto, seu uso generalizado não se justifica, sendo necessário selecionar a distribuição de probabilidades apropriada para cada regime de ET_0 de forma a minimizar erros na estimativa da capacidade de um sistema de irrigação.

Considerando a variabilidade desse evento, verifica-se que a prática usual de se utilizar o valor médio mensal de ET_0 conduz ao subdimensionamento do sistema, enquanto a adoção do máximo valor diário no período de pico acarreta o superdimensionamento (Saad et al. 2002). Diversos trabalhos recomendam probabilidades associadas a ET_0 para fins de projeto, como Dias (2018) que recomenda um nível de probabilidade de 80% para a estimativa da ET_0 para fins de dimensionamento de projetos de irrigação. Ressalta-se que tal escolha depende de vários fatores relacionados ao cultivo.

Os custos operacionais e de investimento são sensíveis à capacidade do sistema de irrigação, por isso pode não ser econômico projetar um sistema para atender a taxas de evapotranspiração muito altas que devem ocorrer apenas raramente (Hoffman et al., 2007). Sob condições típicas de irrigação suplementar, a economia dos projetos de irrigação não justifica a seleção de níveis de probabilidade superiores a 90%. Segundo Souza et al. (2019), os valores adotados para probabilidade de não superação costumam variar de 50% ($T = 2$ anos) a 75% ($T = 4$ anos), dependendo das implicações econômicas associadas ao projeto.

Para melhorar a acurácia da previsão de dados de ET_0 , e permitir uma boa aproximação das probabilidades de não excedência associada a esse evento, a utilização

de modelos de previsão mais robustos é um tópico de interesse de pesquisa. Distribuições de mistura com dois componentes têm sido recomendadas para analisar regimes de ventos multimodais (Ouarda et al., 2015; Gómez-Lázaro et al., 2016; Jung & Schindler, 2017; Gugliani et. al., 2017; Gugliani., 2020). Entretanto, não se tem noticiado na literatura científica aplicações em análise de probabilidades da evapotranspiração de referência, sendo este o objeto de interesse do presente trabalho.

Sob a hipótese de que as distribuições de mistura melhoram as estimativas de probabilidades de ET_0 em relação às distribuições de probabilidades padrões, de um componente, este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de avaliar qual modelo de distribuição de probabilidade melhor se ajusta aos dados de evapotranspiração de referência do município de Bom Jesus da Lapa – BA, visando projetos de sistema de irrigação. Para atender a este objetivo geral, foram propostos os seguintes objetivos específicos:

- Avaliar o desempenho de FDPs unimodais e bimodais em uma série histórica com os dados diários de evapotranspiração de referência (ET_0) de Bom Jesus da Lapa – BA, Brasil.
- Analisar a adequação e comparação de sete funções densidades de probabilidades ($FDPs$) unimodais, de um componente, e três distribuições de mistura de dois componentes, para estimar valores de ET_0 diários e acumulados em períodos consecutivos;
- Determinar os valores prováveis de ET_0 e selecionar valores adequados para atender às necessidades hídricas durante a vida útil do sistema de irrigação, considerando o intervalo de irrigação e o risco de incapacidade do sistema;
- Analisar o efeito da ET_0 média estimada por dados observados e por valores prováveis estimados por função de distribuição acumulada teórica (FDA), no cálculo da capacidade de um sistema de irrigação.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. Evapotranspiração

Em uma superfície vegetada ocorrem, simultaneamente, os processos de evaporação (E) e transpiração (T). Essa ocorrência simultânea é expressa pelo termo evapotranspiração (ET) (Allen et al., 1998). Os dois componentes principais da ET , a evaporação e a transpiração, são processos biofísicos semelhantes, pelos quais a água passa do estado líquido para o de vapor que é a forma como escapa para a atmosfera, diferenciando-se unicamente quanto ao tipo da superfície evaporante (Allen et al., 2007). A evaporação da superfície vegetada (E) inclui a evaporação da água do solo e da água depositada sobre as plantas pela chuva ou pela irrigação. A separação dos dois componentes da ET tem sido importante para o entendimento e modelagem da evapotranspiração de muitos sistemas. Entretanto, na prática, esta separação é difícil e, para alguns propósitos, pode ser desnecessária (Frizzone & Melo, 2021).

A ET é expressa como energia consumida na forma de calor latente por unidade de área, ou como a altura equivalente de água evaporada. Unidades de ET são tipicamente mm t^{-1} , onde t denota uma unidade de tempo (horas, dia, mês, estação de crescimento, ou anos). As unidades para calor latente são tipicamente W m^{-2} ou $\text{MJ m}^{-2} \text{t}^{-1}$ (Allen et al. 2007; Pereira et al., 2010).

2.2.1 Evapotranspiração de referência - ET_0

Thornthwaite (1948) propôs o conceito de evapotranspiração potencial (ET_p), como sendo a quantidade máxima de água utilizada por uma extensa área vegetada, com cultura em crescimento ativo, cobrindo totalmente o terreno, sob condições ótimas de umidade do solo. Segundo Pereira et al. (2001) um ponto de imprecisão no conceito de ET_p é quanto ao tamanho da área vegetada, sendo que a definição de Thornthwaite diz apenas que esta deve ser extensa. Não houve uma definição precisa para que a ET fosse realmente potencial. O termo “área extensa” implica em área tampão suficientemente grande de forma que ET resulte apenas das trocas verticais de energia, limitada apenas pela disponibilidade de radiação solar.

Para sistematizar os métodos de determinação da ET e padronizar os conceitos, alguns autores apresentaram contribuições técnicas importantes. Resultados práticos desse esforço são apresentados por Doorenbos & Pruitt (1977), na publicação conhecida como Boletim 24 da FAO e, posteriormente, por Allen et al. (1998) no Boletim 56 da

FAO. Por estes calculam-se as necessidades de água das culturas a partir de dois conceitos básicos: evapotranspiração de referência (ET_0) e coeficiente de cultura (K_c). São fixadas duas condições para a medida da ET_0 : (a) superfície do solo totalmente coberta por uma vegetação rasteira, de altura uniforme, livre de pragas e doenças, e em fase de crescimento ativo, e (b) solo sem deficiência de água.

Existem na literatura trabalhos com duas culturas de referência: grama e alfafa. Doorenbos & Pruitt (1977) definiram ET_0 com a cultura de referência grama, com altura de 8 a 15 cm. Entretanto Wrigth e Jensen (1972) e Wrigth (1982) desenvolveram trabalhos utilizando a alfafa como cultura de referência, com altura de 20 cm ou mais. O valor obtido com alfafa pode diferir daquele obtido com grama em função do albedo das duas superfícies. A alfafa foi selecionada por Wrigth e Jensen (1972) como cultura de referência por possuir uma taxa de ET relativamente alta em zonas áridas, onde o processo de advecção é muito importante. Geralmente, a evapotranspiração da cultura de referência alfafa é da ordem de 1,1 a 1,4 vezes a ET da cultura de referência grama, devido ao aumento da rugosidade da superfície evaporante e da área foliar da alfafa (Allen et al., 2007). O maior valor (1,4) representa condições extremamente áridas e com alta velocidade do vento (umidade relativa mínima do dia menor que 20% e velocidade do vento maior que 5 m s^{-1}) e o valor mais baixo (1,1) é representativo de clima úmido e condições de vento calmo.

Em razão das dificuldades de manter uma cultura de referência com todos os requisitos do conceito de ET_0 , a partir de 1990 foi proposto um novo conceito para a evapotranspiração de referência (Smith et al., 1991; Allen et al., 1998), adotado como padrão no Boletim FAO-56. Neste caso, a definição para a ET_0 diz que é a taxa de evapotranspiração que ocorre de uma superfície de referência (padrão) cujas características que a definem são: extensa superfície com vegetação em crescimento ativo, cobrindo totalmente o solo, altura da vegetação de 0,12 m, índice de área foliar de 2,88, resistência aerodinâmica da superfície de 70 s m^{-1} e albedo de 0,23. Estas condições assemelham-se a evapotranspiração de uma extensa superfície de grama verde com altura uniforme, crescendo ativamente, sombreando completamente o solo e sem restrição hídrica (Allen et al. 1998). A ET_0 tem sido usada como um índice padronizado e reprodutível de aproximação da demanda climática da atmosfera por vapor d'água.

Conforme apontam Frizzone et al. (2012) a determinação da ET_0 interessa aos agrônomos, hidrólogos e meteorologistas. Os agrônomos estão interessados no balanço

de água no solo, nas relações entre água consumida e produção das culturas e na quantificação da evapotranspiração do sistema solo-planta-atmosfera que é de fundamental importância no manejo, planejamento e dimensionamento de sistemas de irrigação. Aos hidrólogos interessa o estabelecimento de balanços hídricos na escala de bacia hidrográfica. Os meteorologistas necessitam da medida de ET_0 na escala regional para explicar a evolução de certos elementos do tempo.

A evapotranspiração pode ser determinada por medidas diretas ou indiretas (Allen et al., 1998). No primeiro grupo estão os diferentes tipos de lisímetros e o método do balanço de água no solo. No segundo, estão os modelos micrometeorológicos, teóricos e empíricos, baseados na utilização de dados climáticos. Os métodos diretos, embora forneçam as melhores estimativas da evapotranspiração, são de realização demorada, dispendiosos e de difícil execução nas condições de campo, por isso são normalmente utilizados apenas por pesquisadores para calibrar os métodos indiretos.

Muitos modelos micrometeorológicos teóricos e empíricos foram desenvolvidos para estimativa da ET_0 . Alguns são bastante simples, como o de Thornthwaite (1948) e Blaney e Criddle (1950), que utilizam apenas a temperatura do ar como variável climática, Hargreaves e Samani (1985) que propuseram uma equação onde se utiliza valores de temperaturas máxima, mínima e média do ar e da radiação no topo da atmosfera. Outros, como os modelos de Penman (1948) e de Penman–Monteith (Monteith, 1965) apresentam um desenvolvimento teórico racional, porém demandam um número maior de variáveis climáticas. Entre estes modelos encontra-se um grande número de outros modelos. Muitos têm aceitação quase que unânime, enquanto outros são bastante criticados (Frizzone et al., 2012).

2.2.2 Cálculo da evapotranspiração de referência por Penman–Monteith: Padrão FAO - 56

Para aplicação do modelo original de Penman, duas condições básicas devem ser assumidas (Peres, 1994): primeiro, que as fontes e sumidouros de calor sensível e latente ocorram em um mesmo plano, a lâmina de uma folha, por exemplo; segundo, que a pressão de vapor d'água na superfície evaporante seja igual à pressão de saturação de vapor d'água à temperatura desta superfície. A segunda condição de aplicação do modelo dificilmente é encontrada na maioria das superfícies evaporantes.

Na tentativa de superar a falta de generalidade da equação de Penman, coube a Monteith (1965) a tarefa de obter uma equação geral válida para qualquer tipo de

vegetação, sob qualquer condição de estresse hídrico. Foi então generalizado o modelo de Penman através de uma analogia com a lei de Ohm para circuitos elétricos, introduzindo no termo aerodinâmico duas resistências à transferência do vapor d'água: a resistência do dossel e a resistência aerodinâmica. A primeira descreve as características fisiológicas da planta e a segunda, a turbulência atmosférica no processo de transporte do vapor d'água. Para Peres (1994) este modelo constitui-se na mais completa expressão teórica para a partição da radiação líquida disponível em uma superfície vegetada, em termos de calor sensível e latente. Allen et al. (1997) reafirmam que a superioridade deste modelo em relação às demais formas derivadas da equação original de Penman está em que ele considera, além da resistência aerodinâmica à difusão turbulenta do calor sensível e do vapor d'água, a resistência estomática ao transporte de vapor d'água.

O método de Penman-Monteith foi selecionado pela FAO para calcular a ET_0 por sua capacidade de proporcionar resultados similares aos que se obtém pelas medições diretas e indiretas da ET de coberturas extensas de grama, por ter uma base física sólida e por incorporar tanto parâmetros fisiológicos como aerodinâmicos (Allen et al., 1998). Para evitar as calibrações locais, que requerem estudos laboriosos e onerosos, elege-se uma cobertura como grama com altura e resistência da superfície do dossel constantes. Neste caso se define ET_0 como a taxa de evapotranspiração de uma cobertura vegetal padrão em ótimas condições de crescimento, sem restrições de disponibilidade de água e nutrientes, livre de pragas e doenças, para a qual se assume uma altura de 0,12 m, uma resistência da superfície do dossel constante de 70 s m^{-1} e um albedo de 0,23 (Allen et al., 2007; Pereira et al., 2010).

A equação para o cálculo da ET_0 com o conceito de resistência da superfície foi introduzida por Monteith (1965) e parametrizada e adaptada por Allen et al. (1998) (modelo de Penman-Monteith) para a estimativa da evapotranspiração de uma superfície de referência, com vegetação hipotética, na escala diária, sendo atualmente recomendada como padrão da FAO [Equação (1)].

$$ET_0 = \frac{0,408 \Delta(R_n - G) + \gamma \frac{C_n}{T + 273,3} U_2(e_s - e_a)}{\Delta + \gamma(1 + C_d U_2)} \quad (1)$$

Em que:

ET_0 – Evapotranspiração de referência padronizada, mm dia⁻¹;
 R_n – Saldo de radiação ou radiação líquida disponível na superfície, MJ m⁻² dia⁻¹;
 G – Densidade de fluxo de calor na superfície do solo, MJ m⁻² dia⁻¹;
 T – Temperatura média diária do ar, °C;
 U_2 – Velocidade média diária do vento a 2 m de altura, m s⁻¹;
 e_s – Pressão de saturação média de vapor d'água no ar, a 2 m de altura, kPa, calculada para períodos diários, utilizando as pressões de saturação nas temperaturas máxima e mínima do ar;
 e_a – Pressão atual de vapor d'água no ar, a 2 m de altura, kPa;
 Δ – Declividade da curva de pressão de saturação de vapor d'água da atmosfera no ponto correspondente à temperatura média do ar, kPa °C⁻¹;
 γ – Constante psicrométrica, kPa °C⁻¹ ($\cong 0,063$ kPa °C⁻¹);
 C_n e C_d – constantes que dependem da cultura de referência e do intervalo de tempo de cálculo da ET_0 (para a cultura de referência grama e período diário, $C_d = 0,34$ K mm s³ Mg⁻¹ dia⁻¹ e $C_n = 900$ s m⁻¹). C_n considera a resistência aerodinâmica da atmosfera ao transporte do vapor d'água e C_d considera a resistência do dossel e a rugosidade da superfície;
0,408 – Coeficiente de redução de unidades (m² mm MJ⁻¹).

2.2.3 Evapotranspiração de cultura - ET_c

A ET_c (também conhecida como evapotranspiração máxima de um cultivo) é definida como a evapotranspiração que ocorre de uma cultura em qualquer fase de seu desenvolvimento, sem a atuação de fatores que possam comprometer seu desenvolvimento, como a ocorrência de pragas e doenças, deficiências nutricionais e deficiência hídrica. É expressa em termos de lâmina ou volume de água transferida do sistema solo-planta para a atmosfera por dia, em toda a área cultivada (Allen et al., 1998).

A ET_c foi definida considerando-se a diferença entre uma cultura de referência em crescimento ativo e outras culturas quaisquer, em qualquer estágio de desenvolvimento, ambas vegetando em extensas superfícies, sem restrição hídrica e de nutrientes no solo (diferença apenas da interface cultura-atmosfera), livre de pragas e de enfermidades, de forma que se pode obter produtividade máxima sob uma dada condição climática para as condições padronizadas (Allen et al., 1998). A ET_c é relacionada à evapotranspiração de referência (ET_0) por coeficientes apropriados, denominados coeficientes de cultura (K_c ,

adimensionais), inicialmente difundidos por Doorenbos e Pruitt (1977) e posteriormente revisados por Allen et al. (1998). Por este conceito a ET_c é o produto de ET_o por K_c .

Enquanto a ET_o expressa a demanda evaporativa da atmosfera em um local específico em um dado instante, e não considera os fatores associados com o solo e com a cultura, K_c varia com as características da cultura e com as práticas culturais e, em menor escala, com as variações das condições climáticas, o que possibilita a transferência de seus valores de uma localidade para outra e de um clima para outro (Villa Nova et al., 2002). Os valores de K_c podem ser obtidos de duas formas distintas: como K_c simples e como K_c composto ($K_c = K_{cb} + K_e$), sendo K_{cb} o coeficiente de cultura basal e K_e um coeficiente de evaporação do solo (Allen et al., 2007).

O K_c , integra os efeitos de várias características que diferenciam o cultivo da superfície de referência (Villa Nova et al., 2002; Pereira et al. 2010): (a) a altura do cultivo (h), a qual tem uma influência importante na rugosidade da superfície e na resistência aerodinâmica; (b) o albedo da superfície evaporante, que depende da porcentagem de cobertura do solo pela cultura; pelo tipo de vegetação e pela umidade da superfície do solo; o albedo é um parâmetro que influi na radiação solar absorvida e, portanto, na radiação líquida absorvida pelo dossel vegetativo; (c) a área foliar, o número de estômatos, a idade das folhas e suas condições, assim como o grau de controle estomático, já que afetam a resistência ao fluxo de vapor d'água da cobertura vegetal e, desta forma, afetam a resistência da superfície; (d) a área exposta de solo nu, que depende da porcentagem de cobertura do solo, e que determina a evaporação direta do solo, a qual se relaciona com a umidade à superfície

Conforme destacam Villa Nova et al., 2002, durante o ciclo da cultura o valor de K_c varia enquanto as plantas crescem, desenvolvem, alteram a porcentagem de cobertura do solo e senescem. Por isso se tem procurado calcular a evolução dos valores de K_c ao longo do ciclo através da evolução do índice de área foliar (IAF), posto que a transpiração do cultivo ao longo de seu ciclo de crescimento e desenvolvimento assemelha-se à evolução do IAF . Não obstante, um aspecto de grande importância na evolução de K_c com o ciclo do cultivo é a contribuição do solo nu, especialmente quando a proporção desta área é alta, o que ocorre nas primeiras etapas de desenvolvimento da maioria dos cultivos, isto é, durante a fase de estabelecimento e quando saem do repouso.

2.2. Distribuição de frequências da evapotranspiração de referência

Nos projetos agrícolas envolvendo variáveis hidrológicas, é fundamental o estudo da distribuição de frequências de valores acumulados em um intervalo de tempo (Mesquita et al., 2013). A ET_0 é uma variável aleatória fundamental para a estimativa da necessidade de irrigação das culturas. A grande variabilidade dos valores assumidos por essa variável acarreta considerável dispersão dos valores calculados de IRN (Allen et al., 2007), sugerindo uma análise da distribuição de frequências (Souza et al., 2019).

De acordo com Allen et al. (2007), o projeto e a operação dos sistemas de irrigação são afetados tanto pela demanda diária máxima de água para irrigação quanto pela necessidade de irrigação sazonal. A necessidade sazonal de água determina o tempo de operação anual do sistema e os custos correspondentes de mão de obra, água e energia. A necessidade diária máxima de água determina a capacidade mínima para as tubulações do sistema de irrigação, bombas e canais para sustentar o crescimento potencial da cultura. Como a ET_0 é determinada por parâmetros climáticos, ela pode variar de forma significativa e aleatória de um dia para o outro e de um ano para o outro.

Por ser a ET_0 uma variável aleatória, Allen & Wright (1983) e Allen et al. (1983) sugerem que projetos de irrigação devam ser dimensionados com base na probabilidade de ET_0 não exceder a um limite especificado. Melo et al. (2021) também destacam que a capacidade de sistemas de irrigação é tipicamente definida assumindo probabilidades de não-excedência de valores de evapotranspiração. A não-excedência é definida como o valor de ET_0 que não se espera que seja excedido $p\%$ do tempo, onde p é o nível de probabilidade. Por outro lado, espera-se que este valor de ET_0 possa ser excedido em $100\% - p\%$ do tempo. Os autores recomendam que essa análise seja realizada por uma distribuição de probabilidade normal. Justificam que para a evapotranspiração, o coeficiente de assimetria se aproxima de 0, de modo que as estimativas de frequências baseadas na distribuição Normal são geralmente válidas.

Dentre as propostas para definir a ET_0 para fins de projetos de irrigação, podemos destacar as sugeridas por Fietz et al. (1997), Silva et al. (1998), Saad et al. (2002), Assis et al. (2014), Melo et al. (2021). As propostas consideram a probabilidade de ocorrência da evapotranspiração, proporcionando um dimensionamento adequado de um sistema de irrigação. Além disso, este método permite ao projetista escolher o grau de risco (não atendimento das necessidades hídricas da cultura) para um determinado sistema. De acordo com os autores, no Brasil, uma probabilidade de 75% tem sido considerada

aceitável para projetos de irrigação. Nesse nível de probabilidade, espera-se que a ET_0 seja maior que o valor projetado apenas uma vez a cada 4 anos (Bernardo et al., 2019).

Saad (1990) avaliando distribuições de frequência da ET_0 para Piracicaba – SP, analisou o ajuste das distribuições Beta e Normal à médias diárias de períodos de 5, 10, 15 e 30 dias. Concluíram que as duas distribuições se ajustaram adequadamente aos dados, porém, a distribuição Beta tem maior capacidade de adaptação e a distribuição Normal apresenta maior facilidade de utilização, daí ser a mais recomendada para fins práticos. A relação entre a evapotranspiração estimada pela distribuição Beta em nível de 75% de probabilidade e o valor médio, variou de 9,1 a 18,6% para o mês de março, e de 7,1 a 16,7% para o mês de setembro.

Denski & Back (2015) estudaram a aderência de diferentes distribuições de probabilidade aos dados de ET_0 diária agrupados em períodos decendiais para Urussanga – SC. Para a estimativa de valores de ET_0 com probabilidades de ocorrência de 5 a 95% foram testadas quatro funções densidade de probabilidade: Beta (com parâmetros estimados pelo método dos momentos), Normal (com parâmetros estimados pelo método da máxima verossimilhança), Log-Normal (com parâmetros estimados pelo método da máxima verossimilhança), Log-Normal (com parâmetros estimados pelo método dos momentos), Gama (com parâmetros estimados pelo método da máxima verossimilhança) e Gama (com parâmetros estimados pelo método dos momentos). Verificou-se que todas as distribuições de frequência analisadas ajustaram-se adequadamente às frequências observadas de ET_0 decendial. No entanto, a distribuição Beta teve melhor aderência que as demais distribuições.

Uliana et al. (2017) testaram o ajuste de distribuições de probabilidade contínuas a um conjunto de dados diários de ET_0 para fins de projeto de sistemas de irrigação. A ET_0 foi estimada pelo método de Penman-Monteith para oito localidades, no estado do Espírito Santo (Brasil). As distribuições de probabilidade avaliadas foram Beta, Gama, Generalizada de Valores Extremos, Logística Generalizada, Normal Generalizada, Gumbel, Normal, Pearson Tipo 3, Weibull, Log-Normal de dois e três parâmetros. Dentre as distribuições estudadas, a Normal Generalizada foi a única a ajustar-se aos dados de ET_0 para todos os meses e locais estudados. Dessa forma, os autores propuseram o uso dessa distribuição para estimativa de ET_0 a 75% de probabilidade visando ao dimensionamento de sistemas de irrigação.

Melo et al. (2021) conduziram estudo para (a) analisar uma série de 30 anos contendo dados diários de ET_0 em Piracicaba, SP, Brasil, avaliando a aptidão da distribuição de Gumbel para a estimativa de valores máximos de ET_0 organizados em períodos de até 30 dias; (b) determinar valores máximos prováveis e selecionar valores de ET_0 considerando o intervalo entre irrigações e o risco de falha em termos de capacidade do sistema de irrigação. Concluíram que a distribuição de probabilidade Gumbel tipo I foi adequada para caracterizar a distribuição de frequência da ET_0 máxima entre agosto e dezembro em períodos de 2 a 30 dias. A ET_0 provável para projetar sistemas de irrigação pode ser estimada com base na expectativa de vida do sistema, intervalo de irrigação e período de retorno. Quanto maior a vida útil do sistema de irrigação, maior o período de retorno necessário para atingir um baixo risco de falha em termos de capacidade do sistema de irrigação. Para sistemas de irrigação com expectativa de vida útil de 15 anos, projetados para um intervalo de irrigação de 2 dias, e cuja ET_0 máxima é estimada considerando um período de retorno de 10 anos, o valor máximo de ET_0 é de $7,5 \text{ mm dia}^{-1}$. A probabilidade de exceder a ET_0 máxima pelo menos uma vez a cada 15 anos (ou seja, o risco de falha) foi de 79,4%. Os valores máximos de ET_0 estimados em 50% de probabilidade ficaram próximos da média dos valores máximos, e a utilização da média desses valores pode levar a subestimação da capacidade do sistema de irrigação com alto risco de falha.

2.2.1. Função densidade de probabilidade (FDP) e função de distribuição acumulada (FDA) de variável aleatória contínua

Seja X uma variável aleatória contínua (por exemplo, ET_0), uma função $f(x; \Phi)$, Em que: Φ é o vetor de parâmetros, é uma FDP se satisfaz às seguintes condições (Montgomery & Runger, 2014):

$$f(x; \Phi) \geq 0 \text{ para todo } x \quad (2)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x; \Phi) dx = 1 \text{ (área abaixo da curva } f(x; \Phi)) \quad (3)$$

A função de distribuição acumulada (FDA) de uma variável aleatória X , denotada por $F(x; \Phi)$, é definida para cada número x pela seguinte integral:

$$F(x; \Phi) = P(X \leq x_0) = \int_{-\infty}^{x_0} f(x; \Phi) dx \quad (4)$$

Em que: que $P(X \leq x_0)$ é a probabilidade de ocorrer X igual ou inferior a um valor x_0 . Daí, a probabilidade de X estar entre a e b , será:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x; \Phi) dx \quad (5)$$

2.2.2. Distribuições híbridas ou mistas

Em muitos casos a variável aleatória pode assumir certa quantidade de valores nulos. Com o objetivo de se obter vantagens ao se considerar os valores nulos na descrição da distribuição da variável aleatória, utiliza-se uma função densidade de probabilidade (*FDP*) híbrida $h(x; \Phi, \theta_0)$ (Meyer, 1972; Carta et al., 2009). A função $h(x; \Phi, \theta_0)$ relaciona-se à função densidade de probabilidade $f(x; \Phi)$ para $x > 0$ pela Equação (6), Em que: $h(x; \Phi, \theta_0)$ é definida para todo $f(x; \Phi)$ que não considera a frequência de valores nulos.

$$h(x, \Phi, \theta_0) = \theta_0 \delta(x) + (1 - \theta_0)f(x, \Phi) \quad (6)$$

em que, θ_0 é a frequência de valores nulos da variável aleatória; e Φ é um vetor que contém os parâmetros da *FDP*. Quando $\theta_0 = 0$, a *FDP* híbrida $h(x, \Phi, \theta_0)$ corresponde à *FDP* padrão $f(x, \Phi)$. $\delta(x)$ é o operador de Dirac: se $x = 0$, então $\delta(x) = 1$; se $x \neq 0$, então $\delta(x) = 0$.

A função de distribuição acumulada $H(x)$, correspondente à *FDP* híbrida [Equação (6)], é dada pela Equação (7) (Carta et al., 2009):

$$H(x, \Phi, \theta_0) = \begin{cases} \theta_0 + (1 - \theta_0) F(x, \Phi) & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad (7)$$

2.2.3. Modelos de Mistura de Distribuições independentes

Foram abordados os modelos de mistura de distribuições no caso finito, ou seja, aqueles que consistem em uma finita combinação linear de funções densidades de probabilidade, onde, para cada uma dessas funções, há um parâmetro a ser estimado. A estimação dos parâmetros das distribuições e das probabilidades de mistura pode ser feita

pelo método de máxima verossimilhança ou pelo algoritmo de maximização da expectativa (EM) utilizando a Linguagem R (Gómez-Lázaro et al., 2016).

A independência do modelo vem da independência das variáveis aleatórias em relação às distribuições componentes as quais estão associadas. Essa relação pode ser indicada pela função de autocorrelação amostral. Se as variáveis aleatórias são dependentes entre si, então tem-se um caso de Modelo de Mistura de Distribuições dependentes, porém, serão considerados apenas os casos de modelos independentes (Jung et al., 2017).

As misturas de distribuições são muito eficazes na análise de dados, por permitirem uma série de combinações de achatamento, assimetria e multimodalidade. Para modelar regimes de vento apresentando bimodalidade, é comum usar modelos com uma combinação linear de distribuições (Ouarda et al., 2015; Jung et al., 2017; Jung & Schindler, 2017).

Suponha que a variável aleatória X_i ($i = 1, 2, \dots, d$) são independentemente distribuídos com d distribuições $f(x; \Phi_i)$ onde Φ_i é o vetor de parâmetros da i – ésima distribuição. A função densidade de mistura de X distribuída como X_i com parâmetros de mistura ω_i é considerada uma distribuição de mistura de d componentes, onde $\sum_{i=1}^d \omega_i = 1$. Um valor de $\omega = 0,5$ indica que os dois componentes da distribuição de mistura são comparáveis em peso no modelo, enquanto um valor igual a 1 indica que não existe um segundo componente. Um modelo com $\omega < 0,5$ pode ser considerado como um modelo alternativo àquele com $\omega_{alt} = 1 - \omega$ e com parâmetros de forma e escala alternados entre os dois componentes (Morgan et al., 2011; Ouarda et al., 2015; Jung et al., 2017; Jung e Schindler, 2017). A função densidade de mistura de X é dada pela Equação (8):

$$f(x; \omega, \Phi) = \sum_{i=1}^d \omega_i f_i(x; \Phi) \quad (8)$$

No caso de distribuição de mistura de dois componentes, a função densidade de probabilidade de mistura é dada pela Equação (9) (Jung et al., 2017):

$$f(x; \omega, \Phi_1, \Phi_2) = \omega f(x; \Phi_1) + (1 - \omega)f(x; \Phi_2) \quad (9)$$

E a função de distribuição acumulada é dada pela integral da Equação (a):

$$F(x; \omega, \Phi_1, \Phi_2) = \omega \int_0^{x_0} f(x; \Phi_1) dx + \int_0^{x_0} f(x; \Phi_2) dx \quad (10)$$

2.3. Critérios utilizados para avaliação da qualidade do ajuste de FDPs

Diferentes critérios de qualidade do ajuste são tradicionalmente usados para a avaliação da adequação e seleção de *FDPs*. Uma revisão dos critérios mais utilizados é apresentada nesta seção, juntamente com uma discussão de suas vantagens e desvantagens.

Uma abordagem padrão para a avaliação da qualidade do ajuste é comparar visualmente o ajuste das *FDPs* candidatas (Ouarda et al., 2016). Á exemplo - amostras de velocidade do vento são geralmente divididas em intervalos de classe e as frequências são representadas com histogramas. As distribuições candidatas são então sobrepostas aos histogramas. Alternativamente, gráficos de probabilidades acumuladas (gráficos *P-P*), ou gráficos dos quantis (gráficos *Q-Q*) também são representados. No entanto, os critérios de qualidade de ajuste fornecem uma comparação objetiva das distribuições candidatas e são amplamente usados junto com a abordagem visual. Esta seção revisa os critérios comumente usados na literatura relacionados às aplicações das *FDPs*.

2.4.1 Ln-Verossimilhança ($\ln L$) e Critérios de informação de Akaike (*AIC*) e Bayesiana (*BIC*)

Seja $f(x, \Phi)$ uma *FDP*, em que: Φ é o vetor de parâmetros ($\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_m$). A função de verossimilhança é definida por [Equação (11)] (Ouarda et al., 2016):

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; \Phi) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \Phi) \quad (11)$$

Em que: x_i é o i -ésimo valor da amostra de tamanho n . Expandindo-se a Equação (11), a função de verossimilhança também pode ser expressa pela Equação (12):

$$L(x_i; \Phi) = f(x_1; \Phi) \cdot f(x_2; \Phi) \dots f(x_n; \Phi) \quad (12)$$

e a função log-verossimilhança é dada pelas Equações (13 e 14):

$$\ln L(x_i; \Phi) = \ln f(x_1; \Phi) + \ln f(x_2; \Phi) + \dots + \ln f(x_n; \Phi) \quad (13)$$

$$\ln L(x_i; \Phi) = \sum_{i=1}^n \ln f(x_i; \Phi) \quad (14)$$

O modelo que apresenta o maior valor de $\ln L(x_i; \Phi)$ é aquele que se ajusta melhor aos dados.

Akaike (1974) desenvolveu *AIC* para seleção de modelos, que se origina da minimização da informação (ou distância) de Kullbach-Leibler (*K-L*). A informação *K-L* é uma medida de distância entre o modelo verdadeiro e o modelo candidato. O modelo verdadeiro quase sempre é uma abstração. *AIC* baseia-se na função log-verossimilhança, no seu ponto de máximo, acrescida de uma penalidade associada à complexidade do modelo (número de parâmetros) [Equação (15)] (Ouarda et al., 2016).

$$AIC = -2 \ln \left(\prod_{i=1}^n f(x_i; \Phi) \right) + 2 m \quad (15)$$

Em que: m é o número de parâmetros da distribuição a estimar. Um valor mais baixo desses critérios indica um melhor ajuste do modelo aos dados. O *AIC* leva em consideração a parcimônia do modelo, pois inclui um termo de penalidade que aumenta com o número de parâmetros. Burnham & Anderson (2004) só recomendam usar o *AIC* para selecionar modelos quando o número de observações (n) é maior do que pelo menos 40 vezes o número de parâmetros. Apontam, ainda, que o modelo que apresenta menor *AIC* deve ser preferido e aqueles que apresentam diferenças superiores a 10 em relação ao valor mínimo podem ser omitidos em futuras aplicações; já quando a diferença está entre 0 e 2 podem ser considerados indiferentes. Quando $n < 40$ sugere-se calcular um *AIC* corrigido (*AICC*) (Gómez-Lázaro et al. 2016), conforme Equação (16):

$$AICC = AIC + \frac{2 m (m + 1)}{n - m - 1} \quad (16)$$

Schwarz (1978) desenvolveu o critério de informação Bayesiano (*BIC*), também baseado na função Ln-Verossimilhança [Eq. (17)]. De acordo com Ouarda et

al. (2016), o *BIC* fornece uma penalidade mais forte do que o *AIC* para o número de parâmetros do modelo.

$$BIC = -2 \operatorname{Ln} \left(\prod_{i=1}^n f(x_i; \Phi) \right) + m \operatorname{Ln}(n) \quad (17)$$

2.4.2 Coeficiente de determinação (R^2)

O R^2 é uma medida de quanto a variância dos dados observados é explicado pelo modelo. A forma geral de R^2 é dada pela Equação (18) (Ouarda et al, 2016; Jung et al., 2017):

$$R^2 = 1 - \frac{SQE}{SQT} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (18)$$

sendo: *SQE* a soma dos quadrados dos erros, que pode ser interpretada como uma medida da quantidade de variação em y deixada inexplicada pelo modelo; *SQT* a soma total dos quadrados, que corresponde à soma dos desvios quadrados ao redor da média amostral dos valores observados de y ; y_i o i -ésimo valor observado; \hat{y}_i o i -ésimo valor estimado pelo modelo; \bar{y} a média dos valores observados; e, n o tamanho da amostra.

Quatro versões diferentes desta estatística são frequentemente utilizadas na análise de distribuições de probabilidades e são apresentadas a seguir.

2.4.2.1. R_{PP}^2

O R_{PP}^2 é o coeficiente de determinação associado ao gráfico *P-P* (também denominado *P-P* plot), isto é, definido pelo modelo de probabilidades acumuladas versus as probabilidades empíricas acumuladas. O R_{PP}^2 é calculado pela Equação (19) (Jung & Schindler, 2017):

$$R_{PP}^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (F_i - \hat{F}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (F_i - \bar{F})^2} \quad (19)$$

Em que: \widehat{F}_i é a probabilidade acumulada teórica da i -ésima observação da variável aleatória, F_i é a probabilidade acumulada empírica da i -ésima observação e \bar{F} é o valor médio das probabilidades empíricas acumuladas [Equação (20)].

$$\bar{F} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_i \quad (20)$$

Para calcular as probabilidades empíricas, a posição de plotagem de Weibull é geralmente usada [Equação (21)]:

$$F(x_i) = \frac{i}{n+1} \quad (21)$$

Em que: $i = 1, \dots, n$ é a classificação em ordem ascendente para os valores observados da variável aleatória. Essa fórmula é frequentemente usada com gráficos $P-P$ porque sempre fornece uma estimativa imparcial das probabilidades acumuladas empíricas, independentemente da distribuição subjacente considerada (Morgan et al., 2011). Alternativamente, pode-se usar a posição de plotagem de Cunnane (1978) [Equação (22)]:

$$F(x_i) = \frac{i - 0,4}{n + 0,2} \quad (22)$$

2.4.2.2. R_{QQ}^2

O R_{QQ}^2 é o coeficiente de determinação associado ao gráfico $Q-Q$ ($Q-Q$ plot), isto é, definido pelos quantis previstos versus os quantis observados. O i -ésimo quantil previsto da variável aleatória (\hat{x}_i) é dado por $\hat{x}_i = F^{-1}(F_i)$, em que F^{-1} é a função inversa da FDA teórica e F_i é a probabilidade empírica da i -ésima observação. R_{QQ}^2 é calculado pela Equação (23) (Jung e Schindler, 2017):

$$R_{QQ}^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (23)$$

Em que: x_i é a i -ésima observação da variável aleatória e \bar{x} é o valor médio observado, $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$.

2.4.2.3. $R_{PP,F}^2$

Para as duas estatísticas R^2 a seguir, os dados observados são organizados em um histograma de frequência relativa com K intervalos de classe de amplitude C (Ouarda et al. 2016). O $R_{PP,F}^2$ é o coeficiente de determinação que mede o ajuste entre a *FDA* teórica e as frequências acumuladas observadas no histograma de frequências. É semelhante ao R_{PP}^2 , mas é baseado em uma abordagem de histograma. O $R_{PP,F}^2$ é calculado pela Eq. (24).

$$R_{PP,F}^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^K (F_i - \hat{F}_i)^2}{\sum_{i=1}^K (F_i - \bar{F})^2} \quad (24)$$

Em que: \hat{F}_i a probabilidade acumulada prevista no i -ésimo intervalo de classe, F_i a probabilidade acumulada observada no intervalo de classe i e $\bar{F} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K F_i$.

2.4.2.4. R_{pp}^2

O R_{pp}^2 [Equação (25)] é o coeficiente de determinação que mede o ajuste entre as probabilidades previstas nos intervalos de classe obtidas com a *FDP* teórica e as frequências relativas observadas no histograma de frequências, comparadas no centro da classe (Ouarda et al. 2016).

$$R_{pp}^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^K (f_i - \hat{f}_i)^2}{\sum_{i=1}^K (f_i - \bar{f})^2} \quad (25)$$

Em que: $\hat{f}_i = F(x_i) - F(x_{i-1})$ é a probabilidade estimada no i -ésimo intervalo de classe; x_{i-1} e x_i são, respectivamente, os limites inferior e superior do i -ésimo intervalo de classe; f_i é a frequência relativa observada no i -ésimo intervalo de classe; e $\bar{f} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K f_i$.

2.4.2.5. R^2 ajustado

Nas estatísticas R^2 apresentadas acima, a parcimônia do modelo não é considerada. Essas estatísticas tendem, portanto, a favorecer modelos mais complexos, que utilizam maior número de parâmetros e proporcionam maior flexibilidade. O R^2 ajustado (R_{aj}^2) foi desenvolvido para penalizar a estatística para parâmetros adicionais (Ouarda et al., 2016) [Equação (26)]:

$$R_{aj}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - m} \quad (26)$$

Em que: R^2 é qualquer uma das estatísticas R^2 apresentadas acima, m é o número de parâmetros no modelo e n é o tamanho da amostra ou o número de intervalos de classe (K) no caso de estatísticas baseadas na abordagem de histograma.

2.4.3. Coeficiente de correlação linear de Pearson (r)

O coeficiente de correlação (r) [Equação (27)] é uma medida da força da correlação linear entre valores quantitativos emparelhados de y_i (valores observados) e \hat{y}_i (valores estimados) de uma amostra (Zhang et al. 2013).

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n y_i \hat{y}_i - (\sum_{i=1}^n y_i) (\sum_{i=1}^n \hat{y}_i)}{\sqrt{n(\sum_{i=1}^n y_i^2) - (\sum_{i=1}^n y_i)^2} \cdot \sqrt{n(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2) - (\sum_{i=1}^n \hat{y}_i)^2}} \quad (27)$$

O valor de r varia de -1 a 1. Quando negativo, é porque a relação é decrescente; quando positivo é crescente. Quanto mais próximo de 1 estiver $|r|$, mais a distribuição ajustada concorda com os dados observados. Na Equação (27) a parcimônia da estatística não está considerada. Para considerá-la deve-se calcular o r_{aj} de acordo com o conceito aplicado na Equação (26). Na Tabela 1 apresenta-se uma regra prática razoável para se inferir sobre o coeficiente de correlação linear de Pearson (Devore, 2006; Campos et al. 2008).

O coeficiente de correlação de Pearson não diferencia entre variáveis independentes e dependentes. Por ele não se pode afirmar quem varia em função de quem. Simplesmente pode-se dizer que há semelhanças ou não entre a distribuição dos escores das variáveis (Figueiredo Filho & Silva Júnior, 2009). Por se tratar de uma medida

padronizada, o valor da correlação não muda ao se alterar a unidade de mensuração das variáveis, isto é, o coeficiente é adimensional. Os autores ainda ressaltam que não faz sentido interpretar uma correlação de 0,3 como sendo 30%, por exemplo. Além disso, ele não se refere à proporção. Logo, uma correlação de 0,4 não pode ser interpretada como representando o dobro de uma correlação de 0,2.

Tabela 1. Tabela de classificação do coeficiente de Pearson. Fonte: adaptado de Devore (2006) e Campos et al. (2008)

$ r_{aj} $	Interpretação
0,00 a 0,19	Correlação muito fraca
0,20 a 0,39	Correlação fraca
0,40 a 0,69	Correlação moderada
0,70 a 0,89	Correlação forte
0,90 a 1,00	Correlação muito forte

A correlação exige que as variáveis sejam quantitativas (contínuas ou discretas), não podendo ser utilizada para dados categorizados já que é impossível calcular a média e o desvio padrão da variável. Um pressuposto é que os valores observados estejam normalmente distribuídos, o que é especialmente importante em amostras pequenas ($n < 40$). Isso porque, a partir do Teorema do Limite Central, sabe-se que na medida em que o número de observações aumenta, a distribuição das médias amostrais se aproxima da curva normal, independente do formato da distribuição dos dados na população (Bonamente, 2017).

Outro cuidado no uso do coeficiente de correlação de Pearson, Figueiredo Filho & Silva Júnior (2009) apontam a necessidade de uma análise de *outliers*, pois, o coeficiente de correlação é fortemente afetado pela presença deles. A presença de *outliers* pode comprometer as estimativas, levando a cometer erros do tipo I ou do tipo II. Devore (2006) aponta que um erro tipo I, em um teste de hipótese, consiste em rejeitar a hipótese nula quando ela é verdadeira. Comete-se um erro do tipo I quando se chega a um resultado que tem significância estatística quando na verdade ele aconteceu por acaso. A probabilidade de cometer um erro do tipo I num teste de hipóteses é denominada significância do teste. Os níveis de significância mais utilizados são de 5%, 1% e 0,1%. Por exemplo, ao fixar um nível de significância de 5% num determinado teste, estamos

afirmando que em 5% das vezes rejeitaremos a hipótese nula sendo esta verdadeira. Diferentes níveis de significância poderão levar a conclusões diferentes. Por exemplo, é possível, para um mesmo caso, rejeitar a hipótese nula a um nível de significância de 5%, mas já não a rejeitar a um nível de significância de 1%. O outro tipo de erro, que acontece quando não se rejeita a hipótese nula quando esta é falsa, é denominado erro tipo II. Ao se diminuir a probabilidade de ocorrer um Erro do tipo I, ou seja, diminuindo o valor do nível de significância, aumenta-se a probabilidade de se ocorrer um Erro do tipo II

Também, faz-se necessária a independência das observações, ou seja, a ocorrência de uma observação x_1 não influencia a ocorrência de outra observação x_2 . Segundo Schield (1995) a violação desta orientação implica risco de assumir correlações espúrias, isto é, o pesquisador pode enfrentar o problema de *lurking* ou *counfouding variables* (consequência de uma variável observada estar associada a outra variável que pode não ter sido observada ou controlada). Conforme apontado por Carta et al. (2009) muitas variáveis meteorológicas registradas em curtos intervalos de tempo geralmente apresentam dependência e, portanto, o uso de tais amostras viola as hipóteses sobre as quais as técnicas de estimativa e os testes são baseadas. Em teoria, se a suposição de aleatoriedade não for válida, então: (a) todos os testes estatísticos usuais são inválidos, embora alguns autores ignorem esta circunstância; (b) as incertezas calculadas para as estatísticas comumente usadas tornam-se sem sentido e (c) as estimativas dos parâmetros tornam-se suspeitas e sem sustentação teórica.

2.4.3 Erro médio absoluto (MAE)

Um índice de desempenho simples para avaliar modelos é o erro médio absoluto. O MAE foi utilizado por Jung et al (2017) para analisar modelos de distribuições de probabilidades de ventos em diferentes regiões do mundo. Para considerar a parcimônia das estimativas utiliza-se o número de parâmetros do modelo, e o cálculo do MAE é feito pela Equação (28).

$$MAE = \frac{1}{(n - m - 1)} \sum_{i=1}^n |\hat{y}_i - y_i| \quad (28)$$

sendo \hat{y}_i o i -ésimo valor estimado e y_i o i -ésimo valor observado. Pode ser aplicado aos gráficos *P-P* e *Q-Q*.

2.4.4 Erro médio absoluto relativo (*PMARE%*)

Ali & Abustan (2014) propuseram o *PMARE* como uma medida de eficiência de modelos, justificando que apresenta muitas vantagens: é simples de calcular, tem significado físico; indica diretamente a acurácia ou a fraqueza da simulação, ajudando a decidir sobre a aceitabilidade do modelo, não produz resultados ambíguos, segue uma direção lógica e, é uma medida relativa, portanto aplicável em qualquer campo de observação, independentemente das unidades (ou escalas de medidas) e faixas de valores. O *PMARE* é calculado pela Equação (29).

$$PMARE\% = \frac{100}{(n - m - 1)} \sum_{i=1}^n \frac{|\hat{y}_i - y_i|}{y_i} \quad (29)$$

Teoricamente, o valor de *PMARE* varia de 0% a ∞ (infinito positivo). Como é uma medida de erro (mas relativa – em relação ao valor observado), o valor ótimo é 0, indicando que não há erro (isto é, simulação perfeita). Baixos valores indicam menor erro (ou seja, melhor simulação do modelo) e os valores mais altos indicam maior erro (ou seja, simulação menos perfeita). O intervalo $0 < PMARE < 100$ pode ser considerado como prático e aceitável. A classificação de desempenho com base em qualquer indicador pode depender do tipo de modelo, campo de aplicação (ou seja, sensibilidade do trabalho/projeto onde a saída do modelo será usada) e disponibilidade de dados do mundo real. Em geral, para o valor *PMARE*, a seguinte classificação pode ser usada como guia (Tabela 2).

Tabela 2. Classificação de desempenho sugerida para avaliação do modelo com base no *PMARE* (Ali e Abustan, 2014)

<i>PMARE</i> (%)	Interpretação
0 a 5	Excelente
5 a 10	Muito bom
10 a 15	Bom
15 a 20	Regular
20 a 25	Fraco
> 25	Insatisfatório

2.4.5 Raiz quadrada do erro médio quadrático (*RMSE*)

O *RMSE* corresponde à raiz quadrada do erro médio quadrático. É uma medida de desempenho de modelos frequentemente utilizada na literatura relacionada a distribuições de probabilidades (Yürüsen & Melero, 2016; Jung & Schindler, 2017; Gugliani, 2020) Esse indicador de desempenho quantifica a dispersão entre valores estimados e observados. Pode ser calculado para os quantis ($RMSE_{QQ}$) e para as probabilidades acumuladas ($RMSE_{PP}$), com base nos dados da amostra. Quanto mais próximo de zero for o valor *RMSE*, melhor o ajuste da distribuição ao conjunto de dados analisados. Esse indicador de desempenho retorna o erro na unidade de medida. Os valores do $RMSE_{QQ}$ e do $RMSE_{PP}$ são utilizados para analisar o ajustamento nas caudas e no centro das distribuições, respectivamente (Jung et al., 2017). Também pode ser calculado com base nas frequências previstas e observadas num histograma de frequências ($RMSE_{pp}$ e $RMSE_{pp,F}$) (Ouarda et al., 2016). Os valores de *RMSE* associados ao gráfico *P-P* e ao gráfico *Q-Q* para a amostra de tamanho n são calculados pelas Equações (30) e (31), considerando o número de parâmetros do modelo. Da mesma forma se calcula para os dados do histograma de frequências.

$$RMSE_{PP} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (F_i - \hat{F}_i)^2}{(n - m - 1)}} \quad (30)$$

$$RMSE_{QQ} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{(n - m - 1)}} \quad (31)$$

2.4.6. Teste estatístico do Qui-Quadrado (χ^2)

O teste do Qui-Quadrado é usado para testar se uma amostra de dados veio de uma população com uma distribuição específica. Uma característica atraente do teste de ajuste Qui-Quadrado é que ele pode ser aplicado a qualquer distribuição univariada para a qual se possa calcular a função de distribuição acumulada. O teste de ajuste Qui-Quadrado é aplicado a dados agrupados, ou seja, dados da amostra organizados em classes, a partir de um histograma de frequências, com K intervalos de classes (Yilmaz & Çelik, 2008). A estatística do teste Qui-Quadrado é dada pela Equação (32).

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^K \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (32)$$

em que O_i é a frequência absoluta amostral (número de valores amostrais) observada no intervalo de classe i e E_i é a frequência absoluta esperada no intervalo de classe i . E_i é estimada por $\hat{F}(x_i) - \hat{F}(x_{i-1})$ multiplicado pelo tamanho da amostra n , em que x_{i-1} e x_i são os limites inferior e superior do i -ésimo intervalo de classe. Uma frequência absoluta amostral mínima geralmente é necessária para cada intervalo de classe, pois uma frequência muito pequena para um determinado intervalo de classe terá muito peso. Quando uma frequência absoluta amostral de um intervalo de classe é muito pequena, geralmente é combinada com o intervalo de classe adjacente. Meyer (1972) recomenda uma frequência absoluta mínima igual a 5.

O teste Qui-Quadrado aceita ou rejeita a hipótese nula de que a distribuição amostral observada é consistente com uma dada distribuição teórica. A estatística de teste é calculada primeiro e um valor crítico para o teste é encontrado em um determinado nível de significância. Duas desvantagens do teste são (Ouarda, et al., 2016): o valor da estatística do teste Qui-Quadrado depende de como os dados são agrupados em classes; e, requer um tamanho de amostra suficiente para que a aproximação do Qui-Quadrado seja válida.

O Qui-Quadrado está associado com as probabilidades distribuídas em classes e, por isso, constitui uma medida do erro relativo em intervalos de classe, sendo mais sensível às caudas da distribuição, onde as frequências esperadas são pequenas. Critérios que usam a abordagem de histograma têm a vantagem de serem menos afetados por observações individuais. No entanto, os resultados dependem da escolha subjetiva dos intervalos de classe (Bonamente, 2017).

2.4.7. Teste estatístico de Kolmogorov-Smirnov (*KS*) e Anderson-Darling (*AD*)

Os testes *KS* e *AD* também são usados para julgar a adequação de uma determinada distribuição teórica para um determinado conjunto de dados. Assim como o teste Qui-Quadrado, no contexto da avaliação de distribuições de modelos, os valores das estatísticas desses testes são frequentemente usados para comparar a qualidade de ajuste de várias distribuições teóricas aos dados observados. Ambas as estatísticas *KS* e *AD* comparam a *FDA* da distribuição teórica com a distribuição de probabilidade acumulada

empírica dos dados. O teste *KS* calcula a maior diferença absoluta entre a distribuição prevista e a observada. A estatística do teste *KS* é dada pela Equação (33) (Bonamente, 2017):

$$KS = \max_{1 \leq i \leq n} |F_i - \hat{F}_i| \quad (33)$$

em que \hat{F}_i é a *i*-ésima probabilidade acumulada prevista a partir da *FDA* teórica e F_i é a probabilidade empírica da *i*-ésima observação.

A distribuição acumulada teórica que está sendo testada, deve ser uma distribuição contínua e totalmente especificada, ou seja, se os parâmetros de localização, escala e forma forem estimados a partir dos dados, a região crítica do teste *KS* não é mais válida, embora muitos autores ignorem essa premissa. Para não violar essa restrição aplica-se o teste em outra amostra de dados não contidos na amostra utilizada para estimar os parâmetros ou em dados simulados (Yilmaz & Çelik, 2008). A hipótese (H_0) de que os dados seguem uma distribuição especificada é rejeitada quando a estatística de teste, *KS*, é maior que o valor crítico obtido em tabela ao nível de nível de significância especificado. O teste *KS* é mais sensível próximo ao centro da distribuição do que nas caudas (Ouarda et al., 2016).

No contexto da avaliação e comparação de modelos de distribuições de probabilidades, o valor da estatística do teste é frequentemente usado para se inferir sobre a qualidade do ajuste entre várias distribuições teóricas (Ouarda, et al., 2016). Embora a estatística de teste seja utilizada para a comparação das distribuições, o valor de *KS* associado a um nível de significância e a determinação de um valor crítico para comparação é mais útil para determinar a qualidade do ajuste. Entretanto não se pode violar os pressupostos do teste.

O teste *AD* é usado para testar se uma amostra de dados veio de uma população com uma distribuição específica. É uma modificação do teste *KS* e dá mais peso às caudas do que o teste *KS*. O teste *KS* é de distribuição livre no sentido de que os valores críticos não dependem da distribuição específica que está sendo testada (Yilmaz & Çelik, 2008). O teste *AD* usa uma distribuição específica no cálculo de valores críticos. Isso tem a vantagem de permitir um teste mais sensível e a desvantagem de que valores críticos devem ser calculados para cada distribuição. Atualmente, tabelas de valores críticos para o teste *AD* estão disponíveis apenas para algumas distribuições, como Normal, Log-

Normal, Exponencial, Weibull, Valor Extremo do Tipo I e Logística (Anderson & Darling 1954). A estatística do teste AD , escrita para uma amostra finita de dados, é expressa pela Equação (34):

$$A = \left\{ -n - \sum_{i=1}^n \frac{2i-1}{n} [\ln(\hat{F}_i) + \ln(1 - \hat{F}_{n-i+1})] \right\} \quad (34)$$

É importante notar que χ^2 , KS e AD são comumente usados na prática para avaliar se uma determinada distribuição teórica representa a distribuição empírica de um determinado conjunto de dados. Isso se deve ao fato de que estes representam testes estatísticos com valores críticos de teste explicitamente definidos. Os valores críticos para χ^2 e AD dependem da distribuição teórica, enquanto o valor crítico é independente da distribuição teórica para KS (Ouarda, et al., 2016).

Os métodos apresentados acima têm diferentes vantagens e desvantagens. R_{PP}^2 , $R_{PP,F}^2$, KS e AD estão relacionados com o gráfico $P-P$. Eles são, portanto, mais sensíveis à parte central da distribuição, onde o gradiente da função de distribuição cumulativa é maior (Gerson, 1975). De acordo com o autor, pequenas diferenças na variável x (Δx) pode resultar grandes diferenças nas probabilidades F . Por exemplo, um Δx na parte central da distribuição produz uma variação maior em F do que na cauda superior direita. Por causa da função peso envolvida na definição do teste AD , ele é mais sensível nas caudas da distribuição do que KS . R_{QQ}^2 está relacionado ao gráfico $Q-Q$. É, portanto, mais sensível às caudas da distribuição onde o gradiente da função de distribuição acumulada inversa é maior (Gerson, 1975).

O uso de gráficos $P-P$ é frequentemente preferível ao uso de gráficos $Q-Q$ porque a posição do gráfico Weibull fornece uma estimativa imparcial das probabilidades acumuladas observadas para o gráfico $P-P$, independentemente da distribuição teórica considerada (Morgan et al., 2011; Soukissian, 2013). De acordo com Ouarda, et al. (2016) $Ln L$, AIC e BIC também são mais sensíveis às caudas das distribuições. De fato, a definição desses critérios inclui a soma das densidades das variáveis observadas transformadas logaritmicamente, e a magnitude da densidade transformada logaritmicamente é maior nas caudas do que na parte central da distribuição.

R_{pp}^2 , $RMSE_{pp}$ e χ^2 estão associados a probabilidades em intervalos de classe. Como o χ^2 é uma medida do erro relativo em intervalos de classe, ele é mais sensível às

caudas da distribuição, onde as frequências esperadas são pequenas, do que R_{pp}^2 e $RMSE_{pp}$ (Montgomery & Runger, 2014).

A maioria dos critérios convencionais discutidos acima não consideram a parcimônia dos modelos. AIC , BIC e R_{aj}^2 , por outro lado, penalizam modelos que possuem maior número de parâmetros. A utilização do R_{aj}^2 é mais relevante quando se adota a abordagem do histograma de distribuição de frequências ($R_{PP,F}^2$; R_{pp}^2). Por outro lado, quando nenhum histograma é definido e os dados usados diretamente (R_{PP}^2 e R_{QQ}^2), o R_{aj}^2 é muito semelhante ao R^2 convencional devido ao grande tamanho da amostra normalmente disponível (Ouarda, et al., 2016). De fato, a Equação (26) mostra que quando n é muito grande em relação a m tem-se $R_{aj}^2 \approx R^2$ e o ajuste devido ao número de parâmetros não é significativo.

Os critérios que utilizam a abordagem do histograma (χ^2 , $R_{PP,F}^2$, R_{pp}^2 e $RMSE_{pp}$) têm a vantagem de serem menos afetados pelas observações individuais (Ouarda et al., 2016). No entanto, os resultados dependem da escolha subjetiva dos intervalos de classe. É importante observar que χ^2 , KS e AD são comumente usados na prática para avaliar se uma determinada distribuição teórica representa a distribuição de um determinado conjunto de dados. Isso se deve ao fato de que estes representam testes estatísticos com valores críticos de teste explicitamente definidos. Os valores críticos para χ^2 e AD dependem da distribuição teórica, enquanto o valor crítico de KS é independente da distribuição teórica (Yilmaz & Çelik, 2008).

Os valores dos critérios R^2 , χ^2 , KS e AD estão em escalas independentes da amostra considerada e, portanto, podem ser usados para comparar o ajuste de amostras diferentes (Ouarda et al., 2016). Isso não é possível com critérios como AIC ou $RMSE$, pois seus valores diferem significativamente de uma amostra para outra. Tais critérios só podem ser usados para comparar o ajuste de diferentes modelos para o mesmo conjunto de dados.

2.4.9. Diagramas de razão de momentos convencionais e de L-momentos

O diagrama de razão de momentos constitui um método alternativo para a avaliação da qualidade de ajuste de $FDPs$ e tem sido amplamente utilizado em hidrometeorologia. Bobée et al. (1991) apontaram que os diagramas de razão de momentos têm sido usados como técnicas para selecionar uma distribuição a ser usada como modelo de probabilidade para o ajuste de uma determinada amostra de dados, para

comparar as formas das distribuições de um determinado conjunto e classificar um conjunto de distribuições, separando-as em um número finito de categorias. Com esta abordagem, todos os valores possíveis do quadrado dos coeficientes de assimetria e curtose são representados em um sistema de coordenadas para cada distribuição. A seleção da distribuição apropriada para ajustar uma amostra de dados é feita com base na localização da amostra de dados no sistema de coordenadas.

A principal vantagem dessa abordagem é que ela permite uma comparação fácil do ajuste de várias *FDPs* em um único diagrama. Os diagramas de razão de momentos também são fáceis de implementar com as informações e equações disponíveis na literatura, fornecendo a relação aproximada entre momentos para as *FDPs* mais populares (Hosking & Wallis, 1997; Rao & Hamed, 2000). A posição de uma série temporal (ou seja, uma estação) no diagrama é simplesmente calculada com as equações de momentos.

O diagrama de razão de L-momentos, uma variante do diagrama de razão de momentos convencional, introduzido por Hosking (1990), tem sido usado para selecionar as *FDPs* adequadas para modelar variáveis hidrometeorológicas em muitos estudos (Hosking & Wallis, 1997; Hosking, 1990; Zin et al., 2009;). Hosking & Wallis (1997) apresentaram as vantagens teóricas dos momentos L-sobre os momentos convencionais: eles são capazes de caracterizar uma gama mais ampla de distribuições e são mais robustos à presença de outliers nos dados quando estimados a partir de uma amostra. Eles também indicaram que a experiência mostra que os L-momentos são menos sujeitos a viés na estimativa. Vogel & Fennessey (1993) concluíram que os diagramas de razão de L-momentos devem ser preferidos sobre diagramas de razão de momento para aplicações em hidrologia. A principal razão é que os estimadores de L-momento são quase imparciais para todos os tamanhos de amostra e todas as distribuições.

Ouarda et al. (2016) desenvolveram as abordagens dos diagramas de razão de momentos e L-momentos para análise de dados de velocidade do vento e avaliaram a adequação de uma ampla seleção de *FDPs* para ajustar os dados de velocidade do vento registrados em 7 estações a 10 m de altura nos Emirados Árabes Unidos. Para fins de comparação, as *FDPs* usadas por Ouarda et al. (2016) para análise da velocidade de ventos foram representadas nos diagramas de razão de momentos. Essas *FDPs* incluem Weibull a dois e três parâmetros, Gumbel ou Valor Extremo Tipo I, Gama, Gama Generalizada, Generalizada de Valores Extremos, Log-Normal a dois e três parâmetros, Pearson Tipo III, Log-Pearson Tipo III e Kappa. Ambas as abordagens, razão de

momentos e de L-momentos, foram usadas e comparadas com os resultados obtidos a partir dos critérios de ajuste utilizados por Ouarda et al. (2015).

2.5 Estatísticas amostrais

2.5.1 Coeficiente de momento de assimetria (C_a)

Uma distribuição é dita simétrica quando apresenta o mesmo valor para a moda, a média e a mediana. Numa distribuição estatística, a assimetria é o quanto a curva de frequência se desvia ou se afasta da posição simétrica. Quando a cauda da curva da distribuição declina para direita, tem-se uma distribuição com curva assimétrica positiva. Analogamente, quando a cauda da curva da distribuição declina para esquerda, tem-se uma distribuição com curva assimétrica negativa (Bonamente, 2017). Para, $C_a = 0$ diz-se que a distribuição é simétrica (é o caso da distribuição Normal); se, $C_a > 0$ a distribuição apresenta assimetria à direita; e, $C_a < 0$ a distribuição apresenta assimetria à esquerda.

2.5.2 Coeficiente de momento de curtose (C_c)

Curtose significa o quanto de uma variável se encontra nas caudas da distribuição. A contribuição do pico ou do intervalo central para a curtose é pequena, embora essa ideia seja prevalente. A curtose não mede a forma do pico, mas sim o “peso” das caudas, ou dos extremos da curva (Montgomery & Runger, 2014). Bonamente (2017) relata que a curtose ou achatamento mede a concentração ou dispersão dos valores de um conjunto de observações em relação às medidas de tendência central em relação a uma distribuição de frequências conhecida (a distribuição Normal). A distribuição mesocúrtica apresenta uma curva de frequências idêntica à da distribuição Normal. Uma distribuição leptocúrtica apresenta uma curva de frequências mais fechada que a da distribuição Normal. As caudas das distribuições leptocúrticas, para a direita ou para a esquerda, são “pesadas”, ou espessas. Em geral, as distribuições leptocúrticas são identificadas pelos picos altos e finos. Já a distribuição platicúrtica apresenta uma curva de frequências mais aberta que a da distribuição Normal. Estas distribuições têm caudas “leves” ou finas ou não têm cauda. Em geral, o pico é mais baixo do que o das distribuições leptocúrticas. Se, $C_c = 3$ diz-se que a distribuição é mesocúrtica (é o caso da distribuição Normal); se, $C_c < 3$, diz-se que é platicúrtica; e se, $C_c > 3$ é leptocúrtica.

2.5.2 Moda (M_o)

Por definição, a moda é o valor mais frequente da distribuição de frequências. Entretanto, para variáveis aleatórias contínuas, nem sempre isso é possível, pois os valores amostrados podem não se repetir e, assim, todos os dados apresentarem frequências iguais a $1/n$ (Bonamente, 2017). A moda está contida no intervalo de classe de maior frequência assim calcula-se a moda a partir de dados agrupados por interpolação (Devore, 2014)

2.5.3 Mediana (M_e)

A mediana é o valor que divide o conjunto de dados, organizados em ordem crescente, em dois subconjuntos, formados pela mesma quantidade de elementos, de forma que, para n ímpar, a mediana representa o valor central do conjunto de dados e para n par a mediana é a média aritmética simples dos dois elementos que estão equidistantes das extremidades da série (Devore, 2006).

2.6 Período de Retorno e Risco

Período de retorno (T), também conhecido como tempo de retorno, intervalo de recorrência ou tempo de recorrência, é o intervalo médio de tempo estimado que um determinado evento hidrológico, como evapotranspiração, chuva, ventos dentre outros., é igualado ou superado pelo menos uma vez. Corresponde ao inverso da probabilidade de um evento ser igualado ou ultrapassado [Equação (90)]. Assim se uma determinada grandeza hidrológica tem a probabilidade de ser igualada ou excedida igual a 10% seu período de retorno será: $T = 1/0,1 = 10$ anos. Este parâmetro estatístico é fundamental para análise de risco e dimensionamento de sistemas hídricos, como sistema de irrigação. Engenheiros de irrigação frequentemente aconselham período de retorno de 4 a 5 anos para ET_0 . de projeto de sistemas de irrigação.

Projetos de irrigação que devam durar vários anos expõe-se todo ano a um risco igual à probabilidade de excedência da ET_0 . de projeto. O risco (R) é chance que existe de o projeto falhar uma ou mais vezes ao longo da sua vida útil.

2.7 Vazão necessária a um sistema de irrigação

A vazão necessária a um sistema de irrigação depende da área a ser irrigada simultaneamente em um evento de irrigação, da evapotranspiração de cultura, do intervalo entre duas irrigações sucessivas, do tempo de aplicação de água durante o evento de irrigação e da eficiência de aplicação de água pelo sistema.

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 Caracterização geográfica e climática da região de estudo

O município de Bom Jesus da Lapa está localizado na mesorregião do Vale São-Franciscano da Bahia, ocupa uma área de 4115,524 km², sendo parte dessa área ocupada por produção agrícola, onde a fruticultura tem peso importante para a região, o qual grande parte é irrigada (figura 1).



Figura 1. Cidade de Bom Jesus da Lapa com região de perímetro irrigado (Projeto Formoso).

Para o presente estudo, foram utilizados dados do Instituto Nacional de Meteorologia (INMET), a partir Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa (BDMEP), oriundos da Estação Meteorológica Convencional de Bom Jesus da Lapa – BA, com as seguintes coordenadas geográficas: latitude – 13° 25’ 11’’ S, longitude – 43° 40’ 54’’ W e altitude de 447,8 m.

Segundo estudos de Costa et al. (2019), a classificação climática do município de Bom Jesus da Lapa, pelo método proposto por Thornthwaite (1948), é do tipo C1 w2 A’ a’, representando um clima megatérmico sub – úmido, seco, com grande deficiência hídrica no inverno. Este método utiliza dados do excesso e déficit hídrico anual, derivada do balanço hídrico.

De acordo os dados observados na estação meteorológica, em um período de 37 anos compreendido entre 1970 e 2020, após excluídos treze anos com falhas, na Tabela 3 observa-se que a precipitação pluvial média anual foi de 790,6 mm. As maiores chances de chuva ocorrem na primavera. Na Figura 2 apresentam-se a precipitação acumulada em cada ano analisado e a evapotranspiração de referência nesses mesmos anos. A

temperatura média do ar é de 26°C, sendo a mínima da ordem de 20,1°C, em média, e o mínimo absoluto dentro dos anos analisados foi 8,9 °C, tendo ocorrido no mês de junho. A máxima foi 32,8°C, em média, sendo a máxima absoluta de 41,6 °C, ocorrida no mês outubro. A umidade relativa média do ar foi 59,88 %; a velocidade média do vento foi 1,35 m s⁻¹ e o período de brilho solar médio de 8,3 h dia⁻¹.

Tabela 3. Estatísticas da amostra de variáveis do clima observadas no período de 37 anos analisados

Estatística	T (°C)	UR (%)	v (m s ⁻¹)	NH (h dia ⁻¹)	PP (mm ano ⁻¹)
Q ₁	24,4	47,5	0,87	11,46	605,9
Q ₂	25,8	58,5	1,23	12,00	751,4
Q ₃	27,4	71,75	1,73	12,53	960,2
Média	26,0	59,88	1,35	11,99	790,6
Máximo absoluto	41,6	100	7,30	12,8	1200,6
Mínimo absoluto	7,1	19,5	0,00	11,21	405,7

Q₁: Primeiro quartil; Q₂: Segundo quartil (mediana); Q₃:Terceiro quartil; UR: umidade relativa média diária; T: temperatura média diária; v – velocidade média diária do vento; NH – número de hora de brilho solar no dia; PP: precipitação média anual.

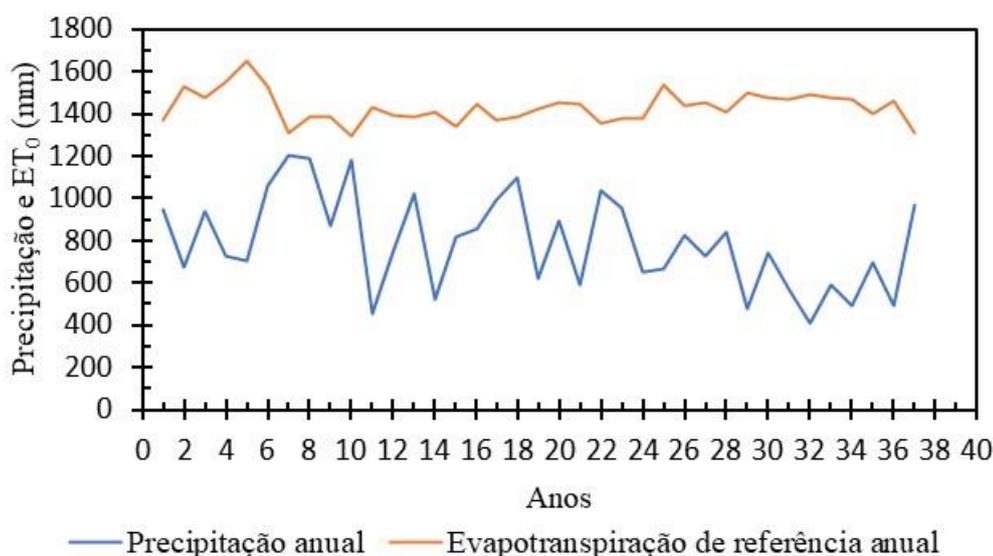


Figura 2. Variação da precipitação anual e da evapotranspiração de referência em 37 anos de observação da cidade de Bom Jesus da Lapa.

Tendo-se estimado os valores diários de evapotranspiração de referência, seguindo os passos gerais do fluxograma apresentado na Figura 3, foram ajustadas funções densidade de probabilidade para estimar a probabilidade de não excedência da evapotranspiração de referência na cidade de Bom Jesus da Lapa – BA.

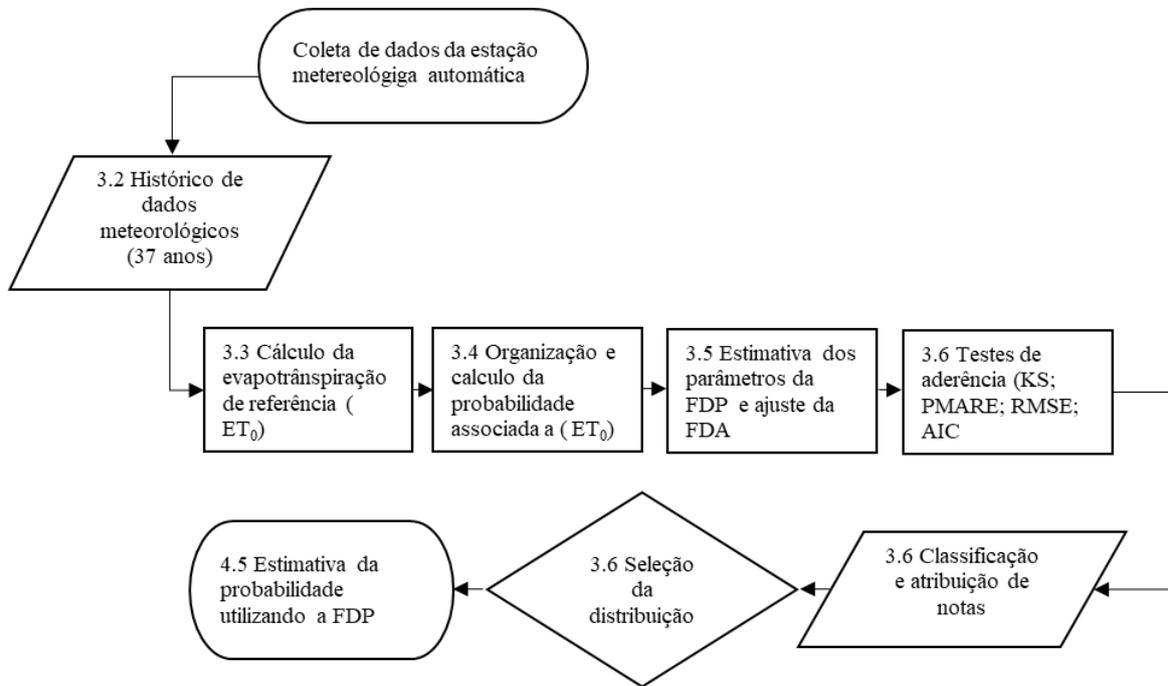


Figura 3. Etapas do ajuste das funções densidades de probabilidade aos dados de evapotranspiração de referência da cidade de Bom Jesus da Lapa-BA.

3.2 Dados e período utilizado para o estudo

Para a estimativa da evapotranspiração de referência da região de Bom Jesus da Lapa – BA. Foram utilizados os dados de anos sem falhas e/ou com falhas menores que 2%, sendo estas preenchidas utilizando interpolação por máximos valores utilizando a planilha do Excel®. Assim foram descartados da série histórica, os anos de 1971, 1972, 1981-1991 e 2009.

As estatística de dados observados de temperatura média diária do ar, umidade relativa média diária do ar, velocidade média diária do vento e número de horas de horas diárias de brilho solar na estação meteorológica de Bom Jesus da Lapa, utilizados para o cálculo de ET_0 , estão apresentadas na Tabela 3.

3.3 Estimativa da Evapotranspiração de referência

A evapotranspiração de referência (ET_o) diária foi calculada pelo modelo de Penman-Monteith, parametrizado e recomendado pela FAO, no Boletim N° 56 (Allen et al., 1998), conforme a Equação (1) apresentada no capítulo 2, além de outras variáveis necessárias, que não são passíveis de medição nas estações e devem ser calculados conforme descritos a seguir:

O valor de Δ (inclinação da curva de variação da pressão de saturação de vapor de água com a temperatura média diária do ar atmosférico, $\text{kPa } ^\circ\text{C}^{-1}$) é calculado pela Equação (35):

$$\Delta = \frac{4098 \left[0,6108 \exp \left(\frac{17,27 T}{T + 237,3} \right) \right]}{(T + 237,3)^2} \quad (35)$$

Em que: \exp : refere-se à base do logaritmo natural e (2,71828) e T a temperatura média diária do ar em $^\circ\text{C}$.

O coeficiente γ (constante psicrométrica, $\text{kPa } ^\circ\text{C}^{-1}$) é calculado utilizando a Equação (36):

$$\gamma = 0,665 \cdot 10^{-3} Patm \quad (36)$$

Em que: $Patm$ é a pressão atmosférica local (kPa).

A pressão atmosférica local (kPa), é calculada com base na altitude do local (z), pela Equação (37):

$$Patm = 101,3 \left(\frac{293 - 0,0065 z}{293} \right)^{5,26} \quad (37)$$

Em que: z é a altitude do local (m).

O déficit de saturação de vapor é obtido pela diferença entre e_s (kPa) e e_a (kPa), em que:

$$e_s = 0,6108 \exp \left[\left(\frac{17,27 T}{T + 237,3} \right) \right] \quad (37)$$

$$e_a = \left(\frac{e_s UR}{100} \right) \quad (38)$$

Em que: UR é a umidade relativa média do ar (%).

O saldo de radiação (R_n , MJ m⁻² dia⁻¹) é calculado pela Equação (39):

$$R_n = R_{ns} - R_{nl} \quad (39)$$

Em que: R_{ns} é o saldo de radiação de ondas curtas (MJ m⁻² dia⁻¹); e R_{nl} é o saldo de radiação de ondas longas (MJ m⁻² dia⁻¹).

O saldo de radiação de ondas curtas (R_{ns}) é obtido pela seguinte expressão:

$$R_{ns} = (1 - \alpha)R_s \quad (40)$$

Em que, R_s é a radiação solar incidente (MJ m⁻² dia⁻¹) e α é o coeficiente de reflexão da vegetação (albedo), sendo considerado igual a 0,23 para a cultura de referência.

O saldo de radiação de ondas longas (R_{nl}) é obtido pela Equação (41):

$$R_{nl} = \sigma \left[\frac{(T_{máx} + 273,3)^4 + (T_{mín} + 273,3)^4}{2} \right] (0,34 - 0,14\sqrt{e_a}) \left(1,35 \frac{R_s}{R_{so}} - 0,35 \right) \quad (41)$$

Em que:

σ – constante de Stefan-Boltzmann (4,903 x 10⁻⁹ MJm⁻² dia⁻¹);

$T_{máx}$ – Temperatura máxima do dia (°C);

$T_{mín}$ – Temperatura mínima do dia (°C);

R_s – Radiação solar incidente (MJ m⁻² dia⁻¹);

R_{so} – Radiação solar incidente na ausência de nuvens (MJ m⁻² dia⁻¹);

e_a – é a pressão atual de vapor (kPa), calculada pela Equação (38).

O R_{so} é calculado pela Equação (42):

$$R_{so} = (0,75 + 2 * 10^{-5} z)R_a \quad (42)$$

Em que:

z a altitude local (m) e R_a a radiação solar no topo da atmosfera (MJ m⁻² dia⁻¹).

O valor de R_a é calculado pela Equação (43):

$$R_a = \frac{118,08}{\pi} dr [\omega s \text{ sen}(\phi) \text{ sen}(\delta) + \text{cos}(\phi) \text{ Cos}(\delta) \text{ sen}(\omega s)] \quad (43)$$

Em que: ϕ representa a latitude do local em radianos. Para converter graus para radianos multiplica-se por π (3,14159) e divide-se por 180; ωs é o ângulo horário ao nascer do sol; dr é a distância inversa relativa entre a Terra e o Sol; e δ é a declinação solar.

A distância inversa relativa entre a Terra e o Sol dr (rad) é calculada por:

$$dr = 1 + 0,033 * \text{cos}\left(\frac{2\pi}{365} J\right) \quad (44)$$

Em que: J o dia do ano (de 1 a 365 ou 366, para ano bissexto).

A declinação solar δ (rad) é dada por:

$$\delta = 0,409 \text{ sen}\left(\frac{2\pi}{365} J - 1,39\right) \quad (45)$$

O ângulo horário ao nascer do sol ωs (rad) é calculado por:

$$\omega s = \frac{\pi}{2} - \text{arctan}\left[\frac{-\text{tan}(\phi)\text{tan}(\delta)}{X^{0,5}}\right] \quad (46)$$

Em que:

ϕ : latitude do local em radianos;

δ : declinação solar e

$$X = 1 - [\text{tan}(\phi)]^2 [\text{tan}(\delta)]^2$$

Quando $X \leq 0$, utiliza-se um valor igual a 0,00001.

3.4 Organização dos dados e estatística amostral

Para as análises das probabilidades de ET_0 não exceder um certo valor, os valores de ET_0 foram acumulados consecutivamente em intervalos de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12 e 15 dias, considerando-se que essas amplitudes simulam intervalos mais comuns entre irrigações. Por exemplo: ET_0 acumulada em intervalo de 3 dias: dia 1 + dia 2 + dia 3; dia 2 + dia 3 + dia 4; dia 3 + dia 4 + dia 5, e assim por diante.

Foram utilizados valores diários de ET_0 em uma sequência de 37 anos para compor as ET_0 acumuladas nos diferentes períodos. para as análises de probabilidades os

dados de ET_0 foram organizados em ordem crescente e calcularam-se as probabilidades acumuladas empíricas associadas pela posição de plotagem de Weibull (Morgan et al. 2011) [Equação (21)]

Para os dados observados calcularam-se a média, o desvio padrão, a moda, a mediana, o coeficiente de assimetria e de curtose, de acordo com as seguintes equações (Devore, 2006):

3.4.1 Média

$$\bar{x} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i \quad (47)$$

Em que:

\bar{x} : média dos valores de x_i ;

n : tamanho da amostra;

x_i : i-ésimo valor da amostra.

3.4.2 Desvio padrão (S)

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (48)$$

Em que:

S : desvio padrão;

n : total da amostra

x_i : i-ésimo valor da amostra e

\bar{x} : média dos valores de x_i .

3.4.3 Coeficiente de momento de assimetria

$$C_a = \frac{M_3}{S^3} \quad (49)$$

Em que:

C_a : coeficiente de assimetria;

M_3 : momento de ordem 3 centrado na média, calculado pela Equação (50).

$$M_3 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 \quad (50)$$

3.4.4 Coeficiente de momento de curtose

$$C_c = \frac{M_4}{S^4} \quad (51)$$

Em que:

C_c : coeficiente de curtose;

M_4 : o momento de ordem 4 centrado na média, calculado pela Equação (52).

$$M_4 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4 \quad (52)$$

3.4.5 Moda

$$M_o = L + \frac{D_1}{D_1 + D_2} C \quad (53)$$

Em que:

L : limite inferior da classe modal;

C : amplitude da classe modal;

D_1 : diferença entre a maior frequência e a frequência da classe imediatamente anterior;

D_2 : diferença entre a maior frequência e a frequência da classe imediatamente seguinte.

Para este trabalho os dados das amostras foram agrupados em classes utilizando as seguintes amplitudes de classe: período de 1 dia: $C = 0,5 \text{ mm dia}^{-1}$; período de 2 dias: $C = 1 \text{ mm dia}^{-1}$; período de 3 dias: $C = 1,5 \text{ dias}$, ... período de K dias: $C = 0,5 K$.

3.4.6 Mediana

A mediana (Me) foi obtida como o valor que divide o conjunto de dados, organizados em ordem crescente, em dois subconjuntos, formados pela mesma quantidade de elementos.

3.5 Modelos de probabilidades teóricos analisados

Foram ajustados dez modelos de funções densidade de probabilidades e as curvas de probabilidade observadas e estimadas foram comparadas. Foram empregados sete modelos de um componente: Weibull de dois parâmetros, Normal de dois parâmetros, Log Normal de dois parâmetros, Beta de dois parâmetros, Gama de dois parâmetros, Burr XII de três parâmetros, Burr XII de quatro parâmetros; e três modelos de mistura de dois componentes: Weibull + Weibull, com cinco parâmetros; Generalizada de Valores

Extremos + Weibull, com seis parâmetros; e Burr XII + Generalizada de Valores Extremos, com sete parâmetros.

3.5.1 Função densidade de probabilidade de Weibull de dois parâmetros: W2

As funções densidade de probabilidade (*FDP*) e função de distribuição acumulada (*FDA*) de Weibull a dois parâmetros são definidas pelas Equações (54) e (55) (Weibull & Sweden, 1951), constituindo-se em uma *FDP* bastante flexível (Morgan et al., 2011), tendo sido utilizada por Uliana (2017) para analisar a distribuição de frequências da ET_0 no estado do Espírito Santo.

$$f(x; \alpha, \beta) = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right] \quad (54)$$

$$F(x; \alpha, \beta) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right] \quad (55)$$

Em que: $\beta \geq 0$ o parâmetro de escala, medido na mesma unidade que x , $\alpha \geq 0$ o parâmetro de forma (adimensional), e $x \geq 0$ é a variável aleatória contínua.

A estimativa dos parâmetros da *FDP* de Weibull, utilizando o método da Máxima Verossimilhança, resulta nas Equações (56) e (57). O parâmetro α é resolvido por um método iterativo e em seguida estima-se β pela Equação (58).

$$\alpha = \left[\frac{\sum_{i=1}^n x_i^\alpha \ln x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^\alpha} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i \right]^{-1} \quad (56)$$

$$\beta = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i)^\alpha \right]^{1/\alpha} \quad (57)$$

Neste trabalho, para estimar os parâmetros da *FDP* [Equação (54)] utilizou-se o software R.

3.5.2 Função densidade de probabilidade Normal de dois parâmetros: N2

A *FDP* Normal de dois parâmetros é uma das mais utilizadas em estudos hidrológicos e mais recomendadas para descrever a distribuição de probabilidades de ET_0 (Saad 1990; Saad, et al. 2022; Allen et al., 2007; Denski et al. 2015). Uma variável

aleatória contínua X , que tome todos os valores reais $-\infty < x < \infty$, tem distribuição normal, com parâmetros de forma α e escala β (média e desvio padrão, respectivamente), se sua *FDP* for da forma da Equação (58). Os parâmetros α e β devem satisfazer às condições $-\infty < \alpha < \infty$ e $\beta > 0$. A *FDA* é definida pela Equação (59).

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\alpha)^2}{2\beta^2}} \quad -\infty < x < \infty \quad (58)$$

Em que: e , denota a base do sistema de logaritmos naturais e é aproximadamente 2,718282 e π a constante matemática (relação entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência) com valor aproximado de 3,14159.

$$F(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\alpha)^2}{2\beta^2}} dx \quad (59)$$

Os parâmetros de forma (média) e escala (desvio padrão) da *FDP* Normal são estimados pelas Equações (47) e (48) respectivamente. A solução da equação (59) requer a utilização de métodos numéricos, por exemplo o método da quadratura de Simpson ou uma aproximação polinomial apresentada em Abramowitz & Stegun (1972). Neste trabalho utilizou-se o Software R para calcular $F(x; \alpha, \beta)$.

3.5.3 Função densidade de probabilidade Log-Normal de dois parâmetros: LN2

Na literatura existem alguns esforços para ajustar a distribuição Log-Normal a dados de ET_0 . Desnki & Back (2015) utilizara a *FDP LN2* para ajustar dados de ET_0 para Urussanga – SC e encontraram boa aderência, já Uliana et al. (2017) não obtiveram sucesso ao aplicarem essa *FDP* em dados de ET_0 no estado do Espírito Santo. Uma variável aleatória contínua X tem distribuição Log-Normal quando $\ln x_i$ tem distribuição Normal. A distribuição Log-Normal padrão de 2 parâmetros (α e β , de forma e de escala, respectivamente) e não é definida para valores nulos de x . A *FDP* e a *FDA* são expressas pelas Equações (60) e (61) respectivamente (Jung & Schindler, 2017).

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{x \beta \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{\ln(x) - \alpha}{\beta} \right]^2 \right\} \quad (60)$$

$$F(x; \alpha, \beta) = \int_{>0}^{x'} \frac{1}{x \beta \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\ln(x)-\alpha]^2}{2\beta^2}} dx \quad (61)$$

A estimativa dos parâmetros de forma e escala da distribuição Log-Normal, feita pelo método da Máxima Verossimilhança, resulta nas Equações (62) e (63) (Carta et al., 2009). A solução da Equação (61) requer um método numérico. A solução da *FDA* foi feita pelo Software R.

$$\alpha = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \ln x_i \quad (62)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [\ln(x_i) - \alpha]^2} \quad (63)$$

3.5.4 Função densidade de probabilidade Beta de dois parâmetros: B2

Desde o final dos anos 60, vários pesquisadores utilizaram a *FDP* Beta para representar a distribuição de probabilidades da ET_0 e outras variáveis meteorológicas e hídricas do solo (Yao, 1969; Falls, 1973; Haan & Barfield, 1973; Yao, 1974; Fietz et al. 1997; Saad et al. 2002; Silva et al., 2015; Denski & Back, 2015; Uliana et al., 2017). A *FDP* Beta, com parâmetros α e β é definida para um intervalo $[a, b]$ pela Equação (64) (Falls, 1973):

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{(b-a)} \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha) \Gamma(\beta)} \left(\frac{x-a}{b-a}\right)^{\alpha-1} \left(1 - \frac{x-a}{b-a}\right)^{\beta-1} \quad (64)$$

Em que: $a \leq x \leq b$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$; onde a e b são o menor e o maior valor da série de dados, respectivamente, x é um valor qualquer da variável aleatória contínua em estudo, no caso a ET_0 , compreendido no intervalo $[a, b]$ e $\Gamma(\dots)$ é a função gama.

Para se aplicar a *FDP*, deve-se transformá-la para o intervalo $[0, 1]$, pela seguinte relação [Equação (65)]:

$$y = \frac{x - a}{b - a} \quad (65)$$

onde y é a variável transformada de tal forma que $0 \leq y \leq 1$.

A *FDP* Beta assume então a seguinte forma:

$$f(y; \alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha) \Gamma(\beta)} (y)^{\alpha-1} (1 - y)^{\beta-1} \quad (64)$$

A forma da *FDP* depende da magnitude dos parâmetros α e β . Quando $\alpha > 1$ e $\beta > 1$, a distribuição apresenta um pico; quando $\alpha < 1$ e $\beta < 1$, a distribuição tem a forma de um U; quando $\alpha < 1$ e $\beta \geq 1$, a forma é de um J invertido; quando $\alpha \geq 1$ e $\beta < 1$, a forma é de um J; e quando $\alpha = \beta$ a distribuição é simétrica, sendo o caso especial quando $\alpha = \beta = 1$ que representa a distribuição triangular.

A *FDA* Beta $F(y; \alpha, \beta)$ fornece a probabilidade de que a variável aleatória Y (no caso a E

T_0) não exceda um certo valor y' [Equação (65)].

$$F(y; \alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha) \Gamma(\beta)} \int_0^{y'} (y)^{\alpha-1} (1 - y)^{\beta-1} dy \quad (65)$$

Estimativas dos parâmetros α e β da distribuição Beta são difíceis de serem obtidas pelo método da Máxima Verossimilhança, por isso o procedimento empregado nesse trabalho foi o método dos Momentos, utilizando as Equações (66), (67), (68) e (69).

$$\alpha = \frac{M_1(M_1 - M_2)}{M_2 - M_1^2} \quad (66)$$

$$\beta = \frac{(1 - M_1)(M_1 - M_2)}{M_2 - M_1^2} \quad (67)$$

$$M_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (68)$$

$$M_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \quad (69)$$

em que, M_1 e M_2 são os momentos de ordem 1 e 2 para a variável y (variável x transformada pela Equação (65)).

A Equação (65) pode ser resolvida por um método numérico, por exemplo o método de Simpson. Neste trabalho foi utilizado o Software R.

3.5.5 Função densidade de probabilidade Gama de dois parâmetros: G2

A *FDP* Gama é amplamente aplicada na descrição para modelagem da distribuição de probabilidades de precipitação pluvial. Também se encontram aplicações para distribuição de ET_0 (Saad 1990; Uliana et al., 2017). Seja x uma variável aleatória contínua que assume apenas valores não negativos, diz-se que x tem uma distribuição de probabilidade Gama incompleta, com parâmetro de forma α e de escala β , caso sua *FDP* seja dada pela Equação (70) (Montgomery & Runger, 2014):

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} \quad (70)$$

em que, $\alpha > 0$, $\beta > 0$ e $0 \leq x < \infty$ e $f(x; \alpha, \beta) = 0$ para outros valores. O parâmetro β , de escala, depende da variabilidade dos valores de x e o parâmetro α , de forma, é proporcional aos valores de x . A *FDP* Gama é positivamente assimétrica e o grau de assimetria depende inversamente dos parâmetros de forma. A moda da distribuição é $\beta(\alpha - 1)$ se $\alpha > 1$, e zero se $0 \leq \alpha \leq 1$.

A probabilidade de que a ET_0 em um determinado período não exceda a um valor x' [$F(x; \alpha, \beta)$], é dada pela *FDA* Gama incompleta (Equação (71) (Montgomery & Runger, 2014):

$$F(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^x x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} dx \quad (71)$$

Pelo método de Máxima Verossimilhança estimam-se os parâmetros da FDP Gama [Equações (72), (73) e (74)] (Thom, 1958):

$$\beta = \frac{1}{\alpha n} \sum_{i=1}^N x_i \quad (72)$$

$$\alpha = \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{4A}{3}}}{4A} \quad (73)$$

$$A = \ln \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^N x_i \right) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_i) \quad (74)$$

A integral definida pela Equação (71) pode ser resolvida por desenvolvimento em Série de Taylor (Saad, 1990), por aproximação pelo método de Newton-Raphson (Bernardo, 1975) ou, ainda, por meio de métodos numéricos de cálculo aproximado de integrais definidas, como é o caso do método de Simpson (Saad, 1990). Neste trabalho utilizou-se o “R” para a solução.

3.5.6 Função densidade de probabilidade BurrXII de três parâmetros: Burr3

Burr (1942) propôs um sistema com 12 funções de distribuição de probabilidade sendo algumas delas com suporte nos reais positivos, logo, muito usadas na análise de dados de clima (Jung et al., 2017). Em decorrência da sua relação com outras distribuições de probabilidade, o membro do sistema Burr mais utilizado é a distribuição Burr tipo XII com três parâmetros, também conhecida como distribuição de Singh-Maddala (Peralta et al., 2017). Entretanto, não se encontra na literatura aplicações em evapotranspiração.

Uma variável aleatória não negativa X com distribuição Burr3 tem as FDP e FDA expressas, respectivamente, nas formas das Equações (75) e (76) (Jung et al., 2017).

$$f(x; \alpha_1, \alpha_2, \beta) = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\beta} \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha_1 - 1} \left[1 + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha_1} \right]^{-\alpha_2 - 1} \quad (75)$$

$$F(x; \alpha_1, \alpha_2, \beta) = 1 - \left[1 + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha_1} \right]^{-\alpha_2} \quad (76)$$

tal que $\beta > 0$ é o parâmetro de escala e $\alpha_1 > 0$ é o parâmetro de forma. O parâmetro $\alpha_2 > 0$ não influencia o comportamento da função de densidade, apesar de ser definido como um segundo parâmetro de forma. A formulação original da distribuição BurrXII considerou $\beta = 1$. A formulação em que β é desconhecido foi introduzida por Tadikamalla (1980). A função densidade de probabilidade é unimodal com máximo em $x_{m\acute{a}x} = \beta^\alpha \sqrt{(\alpha - 1)/(1 + k\alpha)}$ quando $\alpha_1 > 1$ e em forma de L para $\alpha_1 \leq 1$, sendo uma concorrente natural das distribuições de Valor Extremo tipo I, Log-Normal, Inversa-Gaussiana, Log-Logística, entre outras (Binoti et al., 2012).

As estimativas dos parâmetros da distribuição BXII são obtidas pela maximização da função log-verossimilhança [Equação (77)]. Neste trabalho utilizou-se o Software R para solução da Equação (77).

$$\text{Max } \ln L(x; \alpha_1, \alpha_2, \beta) = \sum_{i=1}^n \ln \left\{ \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\beta} \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\alpha_1 - 1} \left[1 + \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\alpha_1} \right]^{-\alpha_2 - 1} \right\} \quad (77)$$

3.5.7 Função densidade de probabilidade BurrXII de quatro parâmetros: Burr4

Além dos parâmetros α_1 , α_2 e β pode-se adicionar um parâmetro de localização (μ) nas Equações (75) e (76) a partir da transformação $Y = \mu + x$ para $x > \mu$. Para $\mu = 0$ e $\beta = 1$, Y tem distribuição Burr XII padrão. Para uma transformação da forma $Y = x^{-1}$ tem-se a distribuição Burr III, também conhecida como distribuição Dagum e para $Y = \log(x)$ tem-se a distribuição Log-Burr XII (Peralta et al., 2017). A FDP da distribuição Burr4, é definida pela Equação (78) e a FDA pela Equação (79).

$$f(x; \alpha_1, \alpha_2, \mu, \beta) = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\beta} \left(\frac{x - \mu}{\beta} \right)^{\alpha_1 - 1} \left[1 + \left(\frac{x - \mu}{\beta} \right)^{\alpha_1} \right]^{-(\alpha_2 + 1)} \quad (78)$$

$$F(x; \alpha_1, \alpha_2, \mu, \beta) = 1 - \left[1 + \left(\frac{x - \mu}{\beta} \right)^{\alpha_1} \right]^{-\alpha_2} \quad (79)$$

Em que: α_1 e α_2 os parâmetros de forma ($\alpha_1 > 0$), β o parâmetro de escala ($\beta > 0$) e μ o parâmetro de localização ($\mu = 0$ para uma distribuição com três parâmetros).

A estimativa dos parâmetros feita pelo método da máxima verossimilhança consiste em maximizar a função log-verossimilhança [Equação (80)]. Para a solução da Equação (80) desenvolveu-se um procedimento em ambiente Excel.

$$\begin{aligned} & \text{Max } \ln L(x, \alpha_1, \alpha_2, \mu, \beta) \\ & = \sum_{i=1}^n \ln \left\{ \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\beta} \left(\frac{x_i - \mu}{\beta} \right)^{\alpha_1 - 1} \left[1 + \left(\frac{x_i - \mu}{\beta} \right)^{-(\alpha_2 + 1)} \right] \right\} \end{aligned} \quad (80)$$

3.5.8 Função densidade de probabilidade com dois componentes de Weibull: WW5

Não foram encontradas na literatura aplicações de distribuições de mistura para distribuições de frequências de ET_0 , mas existem aplicações para velocidades de ventos (Carta et al., 2009). Uma mistura de dois componentes de Weibull de dois parâmetros a FDP dada pela Equação (81).

$$\begin{aligned} & f(x; \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, \omega) \\ & = \omega \frac{\alpha_1}{\beta_1} \left(\frac{x}{\beta_1} \right)^{\alpha_1 - 1} \exp \left[- \left(\frac{x}{\beta_1} \right)^{\alpha_1} \right] \\ & + (1 - \omega) \frac{\alpha_2}{\beta_2} \left(\frac{x}{\beta_2} \right)^{\alpha_2 - 1} \exp \left[- \left(\frac{x}{\beta_2} \right)^{\alpha_2} \right] \end{aligned} \quad (81)$$

Em que: $0 \leq \omega \leq 1$ é um parâmetro de mistura, α_1 e α_2 são parâmetros de forma e β_1 e β_2 são parâmetros de escala.

A função de distribuição acumulada (FDA) é dada pela Equação (82):

$$F(x; \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, \omega) = \omega [1 - e^{-(x/\beta_1)^{\alpha_1}}] + (1 - \omega) [1 - e^{-(x/\beta_2)^{\alpha_2}}] \quad (82)$$

Para estimar os cinco parâmetros da FDP de mistura WW5, utilizou-se o método da máxima verossimilhança, cujo solução é encontrada pela maximização da função log-

verossimilhança [Equação (83)]. Para a solução desta equação desenvolveu-se um procedimento em ambiente Excel.

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } Ln(x, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, \omega) \\
 & = \sum_{i=1}^n Ln \left\{ \omega \left[\frac{\alpha_1}{\beta_1} \left(\frac{x_i}{\beta_1} \right)^{\alpha_1-1} \exp \left[- \left(\frac{x_i}{\beta_1} \right)^{\alpha_1} \right] \right] \right. \\
 & \quad \left. + (1 - \omega) \left[\frac{\alpha_2}{\beta_2} \left(\frac{x_i}{\beta_2} \right)^{\alpha_2-1} \exp \left[- \left(\frac{x_i}{\beta_2} \right)^{\alpha_2} \right] \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{83}$$

3.5.9 Função densidade de probabilidade com dois componentes Generalizada de Valores Extremos mais Weibull: GevW6

Uma mistura de dois componentes, um da distribuição Generalizada de Valores Extremos e outro da distribuição de Weibull de dois parâmetros resulta na seguinte *FDP* [Equação (84)] e *FDA* de mistura [Equação (85)]:

$$\begin{aligned}
 & f(x; \mu, \omega, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2) \\
 & = \frac{\omega}{\beta_1} \left[1 + \alpha_1 \left(\frac{x - \mu}{\beta_1} \right) \right]^{-\left(\frac{1+\alpha_1}{\alpha_1}\right)} e^{-\left\{ \left[1 + \alpha_1 \frac{(x-\mu)}{\beta_1} \right]^{-\frac{1}{\alpha_1}} \right\}} \\
 & \quad + (1 - \omega) \left\{ \frac{\alpha_2}{\beta_2} \left(\frac{x}{\beta_2} \right)^{\alpha_2-1} e^{-\left[\left(\frac{x}{\beta_2} \right)^{\alpha_2} \right]} \right\}
 \end{aligned} \tag{84}$$

$$\begin{aligned}
 & F(x; \mu, \omega, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2) \\
 & = \omega e^{-\left\{ \left[1 + \alpha_1 \left(\frac{x_i - \mu}{\beta_1} \right) \right]^{-\frac{1}{\alpha_1}} \right\}} + (1 - \omega) \left\{ 1 - e^{-\left[\left(\frac{x_i}{\beta_2} \right)^{\alpha_2} \right]} \right\}
 \end{aligned} \tag{85}$$

Em que: $0 \leq \omega \leq 1$ é um parâmetro de mistura, α_1 e α_2 são parâmetros de forma e β_1 e β_2 são parâmetros de escala e μ é o parâmetro de localização.

Para estimar os seis parâmetros da *FDP* de mistura GevW6, utilizou-se o método da máxima verossimilhança, cujo solução é encontrada pela maximização da função log-

verossimilhança [Equação (86)]. Para isso desenvolveu-se um procedimento em ambiente Excel.

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \ln(x_i, \omega, \alpha_1, \beta_1, \mu, \alpha_2, \beta_2) \\
 & = \sum \ln \left\{ \frac{\omega}{\beta_1} \left[1 + \alpha_1 \frac{(x_i - \mu)}{\beta_1} \right]^{-\frac{(1+\alpha_1)}{\alpha_1}} e^{-\left\{ \left[1 + \alpha_1 \frac{(x_i - \mu)}{\beta_1} \right]^{-\frac{1}{\alpha_1}} \right\}} \right. \\
 & \quad \left. + (1 - \omega) \left\{ \frac{\alpha_2}{\beta_2} \left(\frac{x_i}{\beta_2} \right)^{\alpha_2 - 1} e^{-\left[\left(\frac{x_i}{\beta_2} \right)^{\alpha_2} \right]} \right\} \right\}
 \end{aligned} \tag{86}$$

3.5.10 Função densidade de probabilidade com dois componentes BurrXII de três parâmetros mais Generalizada de Valores Extremos: BurrGev7

As distribuições BurrXII, com parâmetros $(\alpha_1, \alpha_2, \beta_1)$, e a distribuição Generalizada de Valores Extremos com parâmetros (μ, α_2, β_2) , foram combinadas linearmente utilizando um parâmetro de mistura ω ($0 \leq \omega \leq 1$), com a FDP e a FDA dadas pelas Equações (87) e (88), com sete parâmetros $(\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \mu, \alpha_3, \beta_2, \omega)$:

$$\begin{aligned}
 & f(x; \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \mu, \alpha_3, \beta_2, \omega) \\
 & = \omega \left\{ \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\beta_1} \left(\frac{x}{\beta_1} \right)^{\alpha_1 - 1} \left[1 + \left(\frac{x}{\beta_1} \right)^{\alpha_1} \right]^{-\alpha_2 - 1} \right\} \\
 & + (1 - \omega) \left\{ \frac{1}{\beta_2} \left[1 + \alpha_3 \left(\frac{x - \mu}{\beta_2} \right) \right]^{-\frac{(1+\alpha_3)}{\alpha_3}} \exp \left\{ - \left[1 + \alpha_3 \left(\frac{x - \mu}{\beta_2} \right) \right]^{-1/\alpha_3} \right\} \right\}
 \end{aligned} \tag{87}$$

$$\begin{aligned}
 & F(x; \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \mu, \alpha_3, \beta_2, \omega) \\
 & = \omega \left\{ 1 - \left[1 + \left(\frac{x}{\beta_1} \right)^{\alpha_1} \right]^{-\alpha_2} \right\} \\
 & + (1 - \omega) \exp \left\{ - \left[1 + \alpha_3 \left(\frac{x - \mu}{\beta_2} \right) \right]^{-\frac{1}{\alpha_3}} \right\}
 \end{aligned} \tag{88}$$

Os parâmetros da *FDP BurrGev7* foram estimados pela maximização da função log-verossimilhança [Equação (89)], utilizando-se um procedimento em ambiente Excel.

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \ln L(x, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \mu, \alpha_3, \beta_2, \omega) \\
 & = \sum_{i=1}^n \ln \left\{ \omega \left\{ \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\beta_1} \left(\frac{x}{\beta_1} \right)^{\alpha_1 - 1} \left[1 + \left(\frac{x}{\beta_1} \right)^{\alpha_1} \right]^{-\alpha_2 - 1} \right\} \right. \\
 & \quad + (1 \\
 & \quad \left. - \omega \right\} \left\{ \frac{1}{\beta_2} \left[1 \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \alpha_3 \left(\frac{x - \mu}{\beta_2} \right) \right]^{-\left(\frac{1 + \alpha_3}{\alpha_3} \right)} \exp \left\{ - \left[1 + \alpha_3 \left(\frac{x - \mu}{\beta_2} \right) \right]^{-1/\alpha_3} \right\} \right\} \right\}
 \end{aligned} \tag{89}$$

3.6 Análise da qualidade do ajuste e comparação entre as distribuições

Para analisar o desempenho relativo das *FDPs* aplicadas à ET_0 , utilizaram-se diferentes critérios: comparação visual dos gráficos *P-P*; Critério de Informação de Akaike – *AIC* [Equação (15)]; Erro Médio Absoluto Relativo – *PMARE* [Equação (29)]; Raíz Quadrada do Erro Médio Quadrático – *RMSE_{PP}* [Equação (30)]; e, estatística de Kolmogorov-Smirnov – *KS* [Equação (33)]. Para decidir sobre a qualidade do ajuste as distribuições foram classificadas do primeiro ao décimo lugar segundo os valores dos indicadores em cada período analisado, sendo o *AIC* utilizado como critério de desempate. Após essa classificação, foram atribuídas notas de 1 a 10 de forma que a distribuição classificada em primeiro lugar por um determinado índice de desempenho recebeu nota 10, em segundo nota 9 e assim por diante até a classificada em décimo lugar com nota 1. A nota auferida por cada uma das distribuições correspondeu à nota média obtida considerando todos os índices de desempenho em todos os períodos de análise. Para selecionar a distribuição que represente os dados de Bom Jesus da Lapa – BA, foram utilizados os critérios de qualidade do ajuste seguido da facilidade de uso da distribuição.

3.7 Período de Retorno e Risco

O período de retorno foi definido de acordo a seguinte equação:

$$T = \frac{1}{F'(X)} = \frac{1}{1 - F(X)} \quad (90)$$

Em que: T é o período de retorno (anos), $F'(X)$ é a probabilidade de obter $ET_0 \geq x$ e $F(X)$ é a probabilidade de obter $ET_0 \leq x$.

O risco de o projeto falhar uma ou mais vezes ao longo da sua vida foi calculado de acordo a Equação 91:

$$R = \left[1 - \left(1 - \frac{1}{T} \right)^N \right] 100 \quad (91)$$

em que: R é o risco permissível, T é o período de retorno (anos) e N é a vida útil do sistema (anos). Para um risco R assumido, em porcentagem, o período de retorno pode ser calculado explicitando-se T na Equação (91), isto é:

$$T = \frac{1}{1 - \sqrt[N]{1 - \frac{R}{100}}} \quad (92)$$

Para vários períodos de retorno foram traçadas curvas de ET_0 provável em função do intervalo de irrigação e curvas de Risco em função da vida útil do sistema, para apoiar a seleção de valores de ET_0 para fins de projeto de irrigação.

3.8 Vazão necessária a um sistema de irrigação

Visando a aplicação, foram calculadas a vazão necessária a um sistema de irrigação utilizado a seguinte equação:

$$Q_s = 10 \frac{A K_r K_c ET_0 I}{E_a T_a} \quad (93)$$

Em que:

Q_s : vazão necessária ao sistema de irrigação, $m^3 h^{-1}$;

A : área a ser irrigada simultaneamente, ha;

K_r : coeficiente de cobertura (igual a 1 para irrigação em cobertura total, como em aspersão, e menor que 1 para cobertura parcial, como em microirrigação);

K_c : coeficiente de cultura definido para a fase de pleno desenvolvimento da cultura;

ET_0 : evapotranspiração de referência, mm dia⁻¹;

I : intervalo entre duas irrigações sucessivas, dias;

T_a : tempo de aplicação de água na área A , h;

E_a : eficiência de aplicação assumida para o sistema, décimos.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os valores de ET_0 diários calculados para Bom Jesus da Lapa - BA nos 37 anos analisados estão distribuídos em função dos dias Julianos, como se mostra na Figura 4. Observa-se na Figura 4 que a evapotranspiração de referência diária ao longo do ano apresenta grande dispersão de ano para ano, justificando a aplicação de modelos probabilísticos para a estimativa de valores para projeto, como já recomendado por autores como Saad et al. (2002), Allen et al. (2007) e Souza et al. (2019). Ao se considerar que a ET_0 diária tem distribuição Normal, conforme sugerem Allen et al. (2007), 95,45% dos valores de ET_0 , ocorrem entre $\overline{ET_0} \pm 2S$, sendo S o desvio padrão.

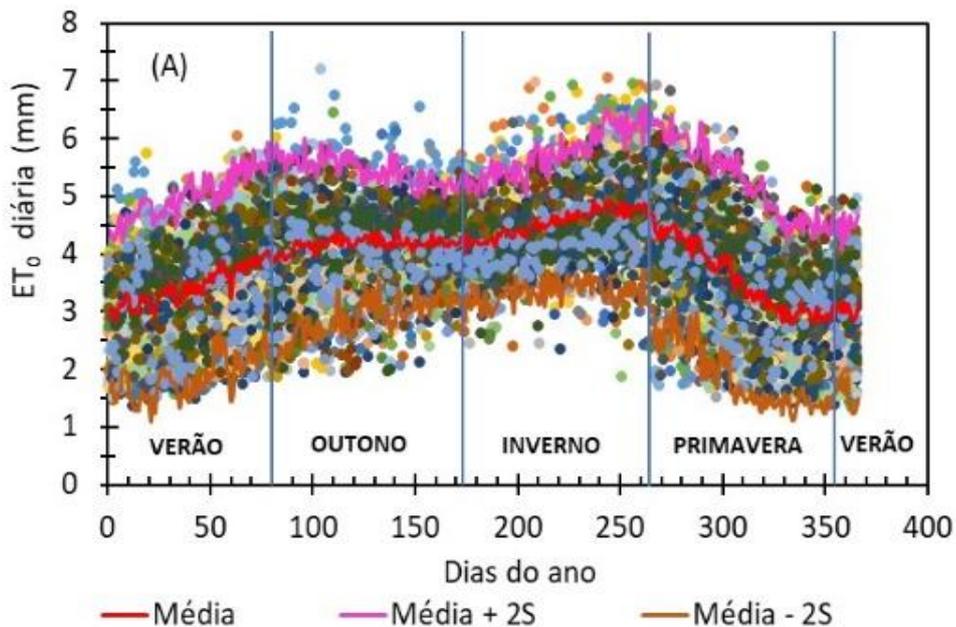


Figura 4. ET_0 diária (mm) calculada para a amostra dos 37 anos analisados.

Continuando as observações com as observações da Figura 4, verifica-se que em termos de valor médio, no período compreendido entre o dia 199 (17/07) e o dia 303 (20/10) ocorre o maior valor médio de ET_0 ($4,47 \text{ mm dia}^{-1}$) com desvio padrão médio de $0,31 \text{ mm dia}^{-1}$ (coeficiente de variação médio de 16,3%). Neste período, em 37 anos analisados, o valor médio máximo foi $4,93 \text{ mm dia}^{-1}$ e o mínimo foi $3,69 \text{ mm dia}^{-1}$, enquanto a média anual foi $3,92 \text{ mm dia}^{-1}$ com desvio padrão de $0,93 \text{ mm dia}^{-1}$, com valor máximo de $7,17 \text{ mm dia}^{-1}$ e mínimo de $1,51 \text{ mm dia}^{-1}$. Os valores amostrais, revelam

maiores coeficientes de variação nos primeiros meses do ano (Figura 5), diminuindo até os primeiros 200 dias do ano e voltando a aumentar novamente nos últimos meses do ano.

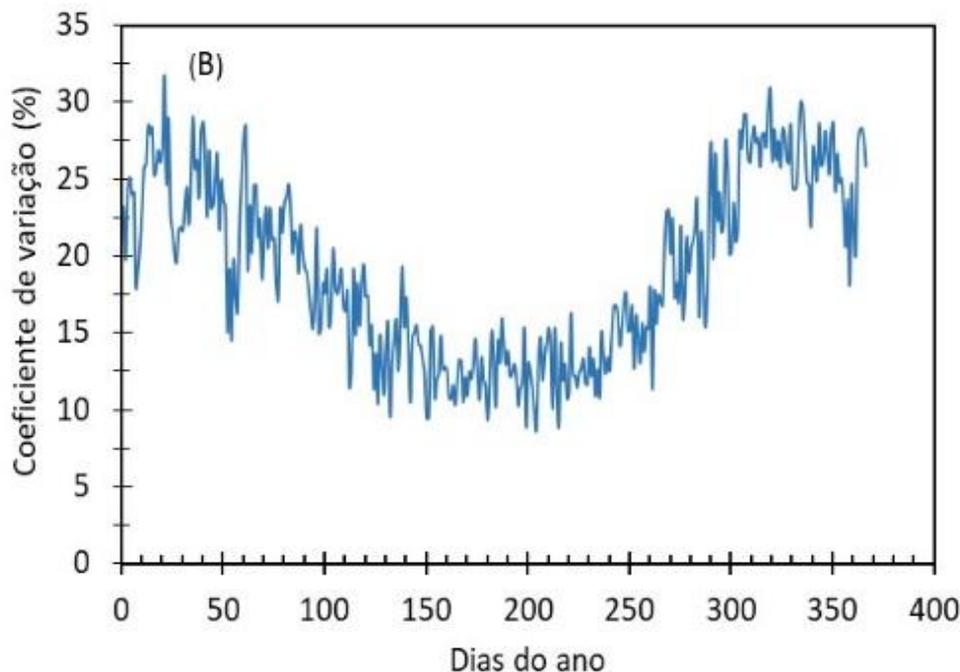


Figura 5. Coeficiente de variação de ET_0 para cada dia do ano .

A distribuição de frequência observada, dos valores anuais de ET_0 é mostrada na Figura 6, com amplitude de classes de $0,5 \text{ mm dia}^{-1}$. A amplitude da classe modal com frequência de 26,5% é 4,0 a $4,5 \text{ mm dia}^{-1}$ e o valor modal calculado foi $4,20 \text{ mm dia}^{-1}$. Observa-se ainda na Figura 6 que ocorre assimetria à esquerda, isto é, a curva de frequência declina-se para a esquerda, com média ($3,92 \text{ mm dia}^{-1}$) menor que a mediana ($4,05 \text{ mm dia}^{-1}$) e menor que a moda ($4,20 \text{ mm dia}^{-1}$).

Embora a distribuição Normal seja amplamente indicada como modelo para estudos de distribuição de frequência de ET_0 , sendo que, muitas vezes pela facilidade de aplicação como indicado nos estudos de Saad, (1990); Allen et al., (2007) e Dias (2018), em determinadas condições esta distribuição não é a mais adequada, existindo outros modelos que apresentam melhor aderência, como feito em demais trabalhos na literatura (Fietz et al., 1997; Denski & Back, 2015; Uliana et al., 2017). De fato, para a amostra de ET_0 de Bom Jesus da Lapa – BA, observam-se desvios da distribuição dos dados da distribuição normal.

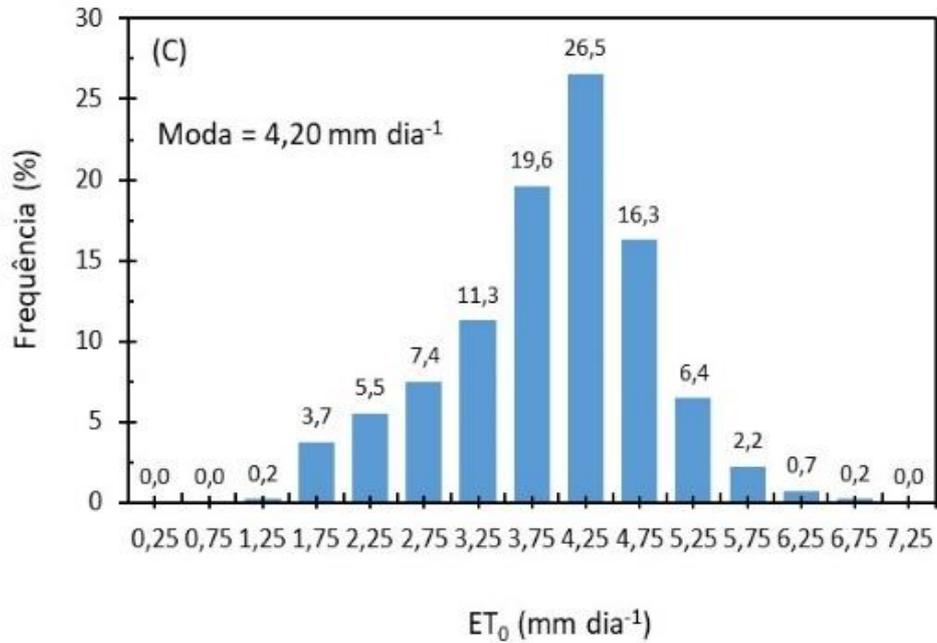


Figura 6. Distribuição de frequências dos valores diários de ET_0 .

Na Tabela 4 são apresentadas estatísticas amostrais que são a base para avaliações dos modelos, onde pode-se observar os valores, máximos e mínimos de ET_0 , bem como valores de medida central (média, moda e mediana), e medidas de dispersão (desvio padrão, coeficientes de assimetria e de curtose) para todos os períodos acumulados. Constata-se que, nos diferentes períodos estudados, os valores dos coeficientes de assimetria e curtose revelam diferenças dos valores típicos de uma distribuição Normal. Os valores do coeficiente de assimetria mostram que a distribuição dos valores é assimétrica à esquerda (valores negativos). Em valor absoluto, o coeficiente de assimetria cresce do período acumulado de 1 dia até o período acumulado de 2 dias. Após este, o coeficiente diminui até o período acumulado de 15 dias, contudo, sempre diferente de zero. Já o coeficiente de curtose diminui desde o período de 1 dia até o período acumulado de 15 dias, sempre diferente de 3. Calculando-se o coeficiente de variação com os dados da Tabela 3, verifica-se que os valores diminuem continuamente de 23,72% (ET_0 de 1 dia) até 17,94 % (ET_0 acumulada de 15 dias).

Tabela 4. Estatísticas da amostra para os diferentes períodos de ET_0 acumulada

Período (dias)	n	$ET_{0(mín)}$ (mm)	$ET_{0(máx)}$ (mm)	$\overline{ET_0}$ (mm)	S (mm)	M_o (mm)	M_e (mm)	C_a	C_c
1	13515	1,33	7,19	3,92	$\pm 0,93$	4,20	4,05	-0,371	3,080
2	13514	2,76	13,35	7,84	$\pm 1,72$	8,45	8,12	-0,451	3,048
3	13513	4,44	19,34	11,76	$\pm 2,47$	12,71	12,20	-0,474	3,025
4	13512	6,01	25,95	15,68	$\pm 3,21$	16,94	16,28	-0,465	3,006
5	13511	7,50	32,06	19,60	$\pm 3,93$	21,14	20,33	-0,448	2,991
6	13410	8,98	37,95	23,53	$\pm 4,63$	25,37	24,34	-0,431	2,974
7	13509	10,62	43,85	27,45	$\pm 5,32$	29,59	28,40	-0,412	2,955
8	13508	12,91	49,73	31,37	$\pm 5,99$	33,81	32,43	-0,396	2,938
10	13506	17,21	61,10	39,21	$\pm 7,33$	42,28	40,49	-0,368	2,906
12	13504	21,61	72,44	47,05	$\pm 8,64$	50,71	48,61	-0,344	2,871
15	13501	28,04	89,44	58,82	$\pm 10,58$	63,30	60,73	-0,314	2,815

n : número de ordem; $ET_{0(mín)}$: Evapotranspiração de referência mínima; $ET_{0(máx)}$: Evapotranspiração de referência máxima; $\overline{ET_0}$: Evapotranspiração de referência média; S : Desvio de referência; M_o : Evapotranspiração de referência moda; M_e : Mediana; C_a : Coeficiente de referência; C_c : Coeficiente de curtose; assimetria;

4.4 Seleção de Funções Densidade de Probabilidade

Os valores dos parâmetros estimados, para cada uma das distribuições testadas, estão apresentados na Tabela I do Apêndice. Em relação à aderência das 10 funções densidades de probabilidades à ET_0 , nos 11 períodos acumulados, utilizando os indicadores de desempenho, observou-se que os melhores ajustes foram apresentados pelas distribuições de mistura de dois componentes (Figuras 7, 8, 9 e 10) cujos valores dos indicadores estão apresentados na Tabela II (Apêndice). De maneira geral, o menor valor de cada indicador de desempenho aponta para o melhor ajuste da distribuição.

Avaliando os indicadores utilizados, as distribuições padrões unimodais, com um componente, apresentaram desempenho inferior às distribuições de mistura, sendo que as distribuições Gama e Log-Normal apresentaram os mais fracos desempenhos em todos os períodos analisados e por todos os indicadores. As distribuições Burr XII de três e quatro parâmetros apresentaram desempenhos melhores que a distribuição Normal. O acréscimo do quarto parâmetro na distribuição Burr XII (parâmetro de localização) contribuiu moderadamente com a melhoria do desempenho dessa distribuição.

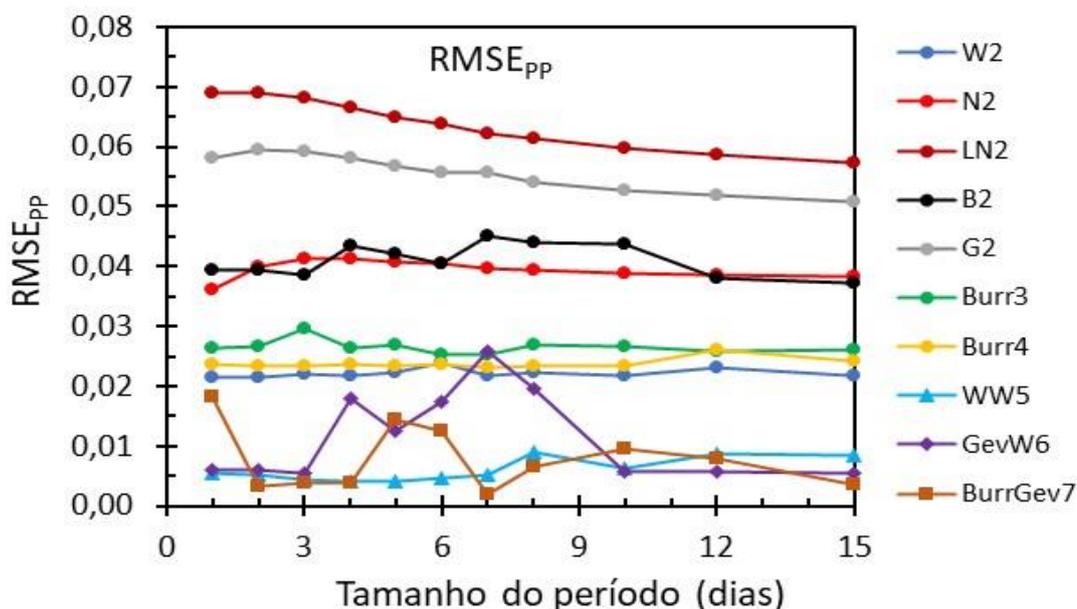


Figura 7. Indicador de desempenho da raiz o erro médio quadrático (RMSE) para as Funções Densidade de Probabilidades aplicadas à Evapotranspiração de Referência acumulada em 11 períodos distintos, em Bom Jesus da Lapa – BA.

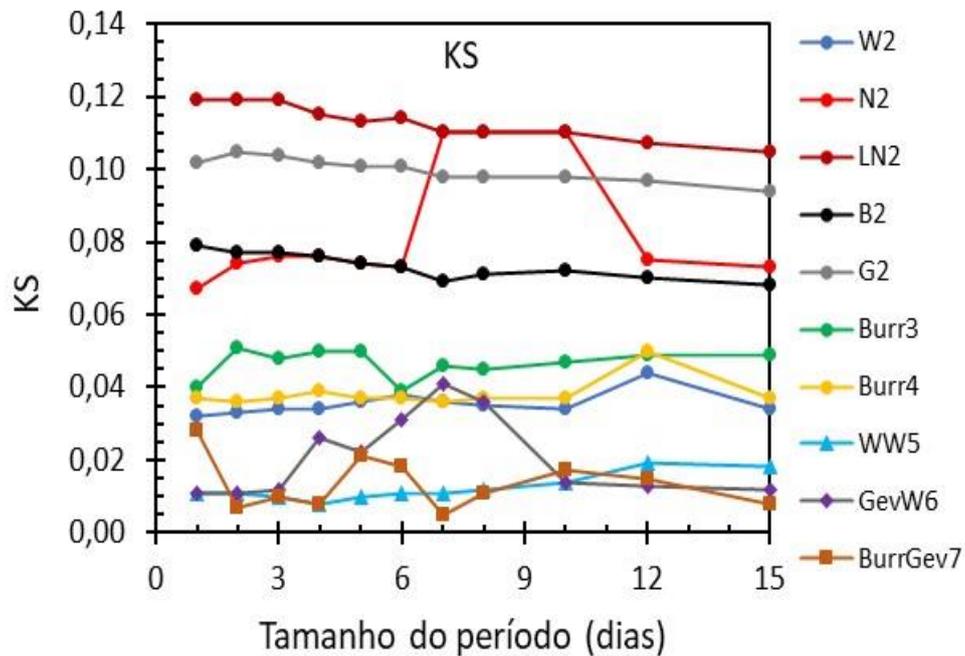


Figura 8. Indicador de desempenho de Kolmogorov Smirnov (KS) das Funções Densidade de Probabilidades aplicadas à Evapotranspiração de Referência acumulada em 11 períodos distintos, em Bom Jesus da Lapa – BA.

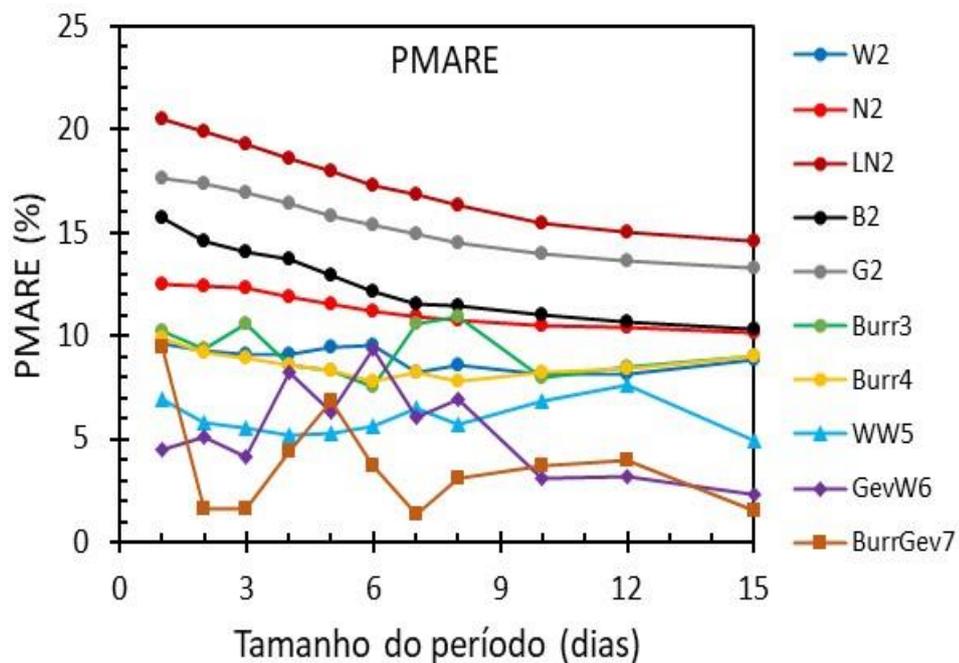


Figura 9. Indicador de desempenho do erro médio absoluto (PMARE) das Funções Densidade de Probabilidades aplicadas à Evapotranspiração de Referência acumulada em 11 períodos distintos, em Bom Jesus da Lapa – BA.

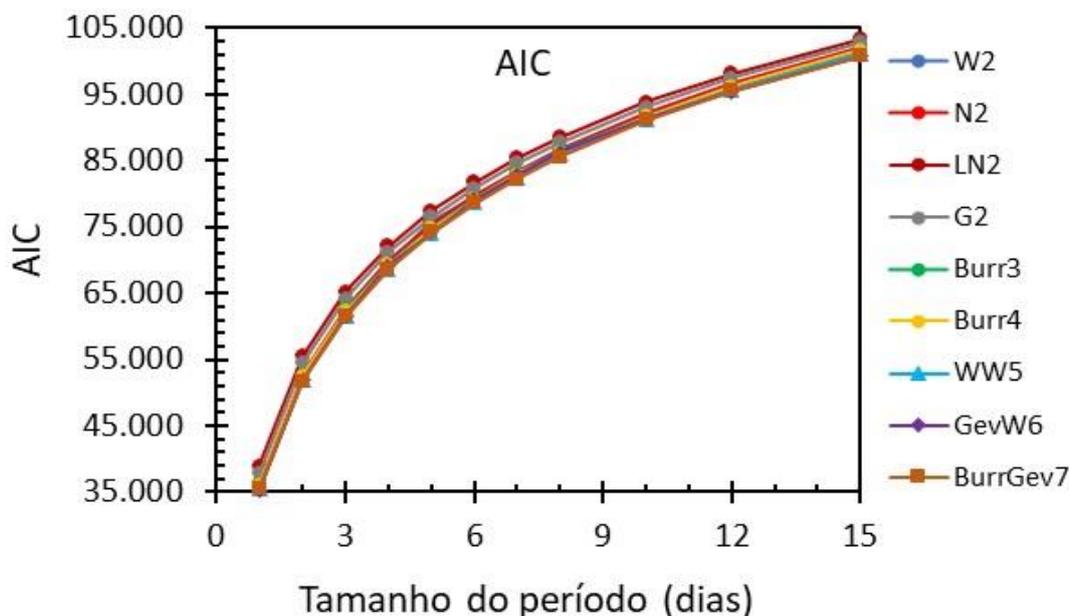


Figura 10. Indicador de desempenho do critério de informação de Akaike (AIC), das Funções Densidade de Probabilidades aplicadas à Evapotranspiração de Referência acumulada em 11 períodos distintos, em Bom Jesus da Lapa – BA.

De uma forma geral observa-se que as três distribuições de mistura testadas se destacaram, porém entre essas distribuições, não houve um amplo consenso sobre qual *FDP* é a mais apropriada para ajustar os dados, pois não houve unanimidade no resultado dos indicadores de desempenho entre essas distribuições, para representar a distribuição de ET_0 acumulada nos diferentes períodos. Para facilitar a tomada de decisão, foi feita uma classificação de desempenho entre as distribuições. Na Tabela III (Apêndice) apresenta-se a classificação do desempenho das dez distribuições, com base no $RMSE_{PP}$, $PMARE$ e KS . O *AIC* (Tabela II) foi utilizado como critério de desempate. Dependendo do indicador de desempenho considerado, uma determinada distribuição pode alternar a classificação dentro de um mesmo período e entre períodos, dificultando a tomada de decisão. Para solução dessa questão, a posição hierárquica no ranque foi transformada em uma escala de notas (Tabela IV no apêndice). Assim foram atribuídas notas de 1 a 10 de acordo com a posição de classificação. A classificação em primeiro lugar recebeu nota 10, em segundo nota 9, e assim sucessivamente até o décimo lugar com nota 1.

Na Figura 11 é apresentada a nota média geral para cada distribuição. Verifica-se variação das notas em função do indicador de desempenho utilizado e do tamanho do

período analisado (Tabela IV, Apêndice), mas sempre as distribuições de mistura apresentaram melhores aderências aos dados de ET_0 .

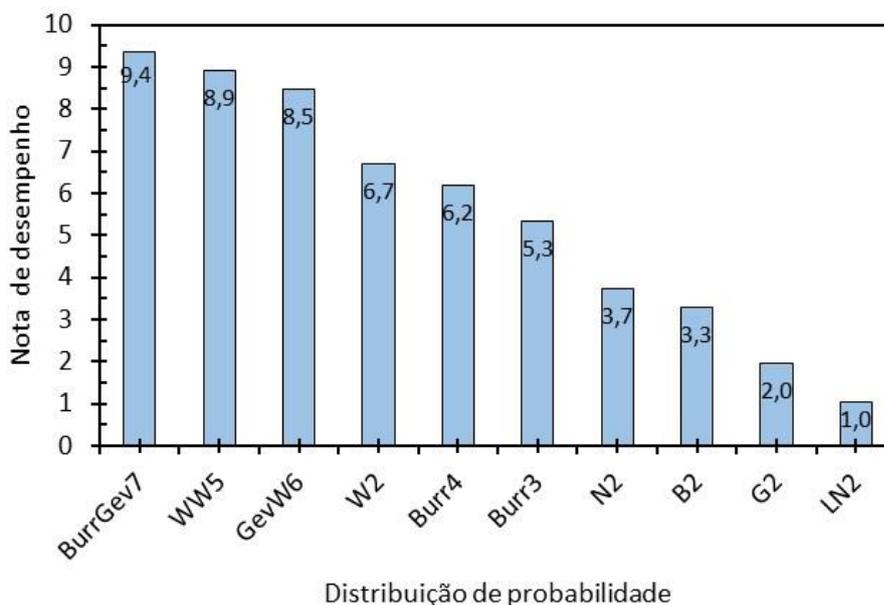


Figura 11. Nota de desempenho das distribuições de probabilidades aplicadas aos dados de ET_0 em Bom Jesus da Lapa – BA.

As distribuições padrões Beta, Gama e Log-Normal, ambas com dois parâmetros, apresentaram os mais fracos desempenhos, não sendo recomendável o uso dessas *FDP's* para modelar as distribuições de probabilidades de ET_0 em Bom Jesus da Lapa – BA, nos períodos de tamanhos analisados. A distribuição Normal também teve um desempenho fraco, embora seja recomendada por vários autores (Allen & Wright, 1983; Allen et al., 1983; Saad, 1990; Allen et al., 2007; Denski et al., 20015; Dias, 2018).

Seguindo a análise da Figura 11, os valores dos indicadores de desempenho para as distribuições de mistura não apresentaram diferenças apreciáveis, embora a distribuição BurGev, com sete parâmetros, tenha revelado melhor desempenho, conforme se verifica pela nota média global 9,4; em segundo lugar, com alto desempenho (nota 8,9), destaca-se a WW com cinco parâmetros e em terceiro (nota 8,5) a GevW com seis parâmetros. Em um grupo de distribuições com alto desempenho, é razoável dar-se preferência àquela com menor número de parâmetros devido a menor complexidade na estimativa dos mesmos. Neste caso, a distribuição de mistura com dois componentes de Weibull (WW5) pode ser selecionada. Essa consideração também é encontrada em relatos de Ouarda et al. (2015), Ouarda et al. (2016), Gómez-Lázaro (2017), Jung & Schindler (2017). Além disso, a FDP WW5 foi aquela que apresentou maior estabilidade dos valores

estimados dos indicadores de desempenho nos diferentes períodos estudados (Figuras 7, 8 e 9).

A distribuição padrão de Weibull (W2) com dois parâmetros foi a que apresentou melhor desempenho global entre as distribuições unimodais com um componente, sendo classificada em quarto lugar com nota média geral 6,7, seguida da distribuição BurrXII com quatro parâmetros. Já a distribuição Normal, frequentemente indicada para a estimativa de probabilidades de ET_0 apresentou fraco desempenho, ficando classificada em sétimo lugar (nota 3,7), não sendo recomendada sua utilização como modelo de probabilidade a ser adotado para as estimativas de ET_0 prováveis em Bom Jesus da Lapa – BA nos períodos analisados. Saad (1990) recomenda a Distribuição Normal por facilidade de uso, embora tenha encontrado melhor aderência aos dados observados pela distribuição Beta. Neste trabalho, a distribuição Beta apresentou baixa capacidade de adaptação às frequências observadas, auferindo nota 3,3 (Figura 11), estando classificada entre as três distribuições mais fracas.

Na Figura 12 apresentam-se comparações visuais do desempenho das quatro melhores distribuições de probabilidades (W2, WW5, GevW6 e BurrGev7) aplicadas aos dados diários de ET_0 em Bom Jesus da Lapa – BA. Observa-se nas Figuras 12A e 12B curvas de distribuições acumuladas em comparação com a observada. O desempenho mais fraco foi obtido pela W2, com $KS = 0,0324$. Os melhores desempenhos ocorreram para as distribuições WW5 ($KS = 0,0109$) e GevW6 ($KS = 0,0115$). O valor crítico de KS em nível de 5% de significância pelo teste de Kolmogorov-Sminov é 0,012. Neste nível de significância não há evidências para rejeitar a hipótese de que os valores diários de ET_0 tenham aderência às distribuições WW5 e GevW6.

Nas Figuras 12C e 12D são apresentadas as comparações visuais entre valores de frequências acumuladas observadas e estimadas pelas distribuições W2, WW5, GevW6 e BurrGev7 (gráficos $P - P$). Verificam-se maiores desvios entre valores estimados e observados para as distribuições W2 e BurrGev7 ($RMSE_{PP}$ igual a 0,0216 e 0,0182 respectivamente). Observa-se que os melhores ajustamentos se deram para as distribuições WW5 ($RMSE_{PP} = 0,0054$) e GevW ($RMSE_{PP} = 0,0059$), confirmando as decisões pelo KS . As Figuras 12 E, F, G, H referem-se às distribuições acumuladas de ET_0 em período de 15 dias. Observa-se nesses gráficos que as distribuições de mistura foram superiores à W2. Dentre as distribuições de mistura, a GevW6 e a BurrGev7 foram moderadamente superiores à WW5. Esta distribuição apresentou maiores valores de KS

e $RMSE_{PP}$ porque ocorreram pequenos desvios na cauda inferior da função de distribuição acumulada, contudo, mantém bom desempenho.

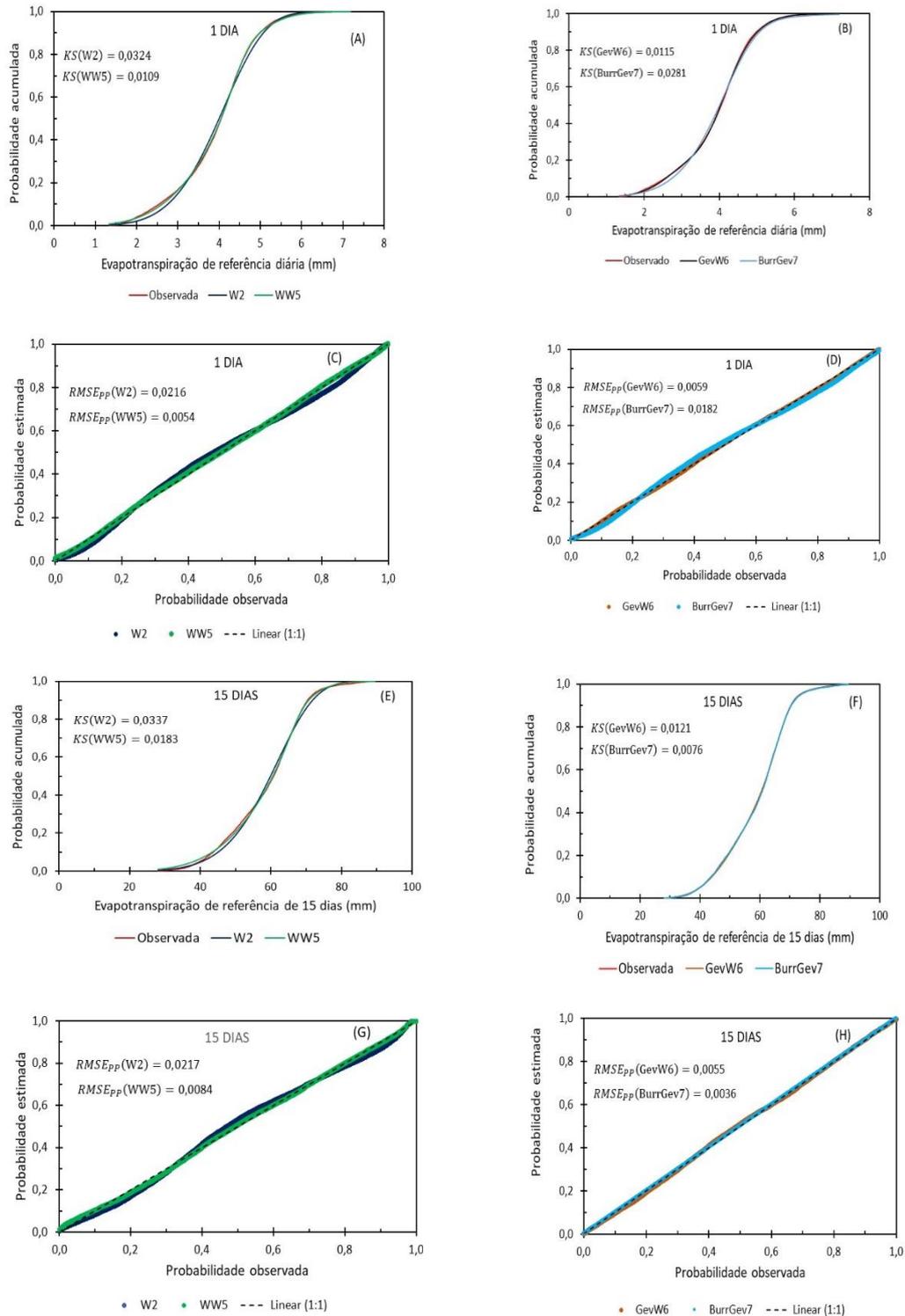


Figura 12. Curvas de distribuição de probabilidades acumuladas de ET_0 , observadas e estimadas e Gráficos $P - P$, para comparação visual entre as distribuições W2, WW5, GevW6 e BurrGev7, para intervalos de 1 dia e acumulado de 15 dias, em Bom Jesus da Olapa - BA.

4.5 Evapotranspiração de Referência Provável

Para a análise da evapotranspiração de referência provável em Bom Jesus da Lapa – BA, nos períodos analisados, utilizou-se a *FDP* de mistura de dois componentes de Weibull, cuja seleção está justificada na seção 4.2. Na Tabela 5 são apresentados os valores acumulados de ET_0 para diferentes períodos consecutivos no ano, em treze níveis de probabilidade. Esses níveis de probabilidade representam os limites de ocorrência de valores iguais ou inferiores aos estabelecidos. Assim, por exemplo, existe 75% de probabilidade de que o valor ET_0 para o período de 1 dia não ultrapasse 4,52 mm. Outra forma de interpretação consiste em supor que, em três de cada quatro anos o valor da ET_0 será igual ou menor que 4,52 mm. Este tipo de enfoque é útil ao dimensionamento de sistemas de irrigação, pois conduz a projetos mais racionais e a uma exploração otimizada dos recursos hídricos e energéticos, conforme destacam Saad et al. (2002).

Observa-se também na Tabela 5 que ao se utilizar o valor médio da ET_0 incorre-se em uma probabilidade superior a 55% desse valor ser excedido durante o ano, em qualquer tamanho de período. Por exemplo, para período de 1 dia, a ET_0 média no ano é 3,92 mm e está associada a uma probabilidade de não excedência de 44,4%. Logo existe 55,6% de probabilidade de ser superada (período de retorno de 1,8 anos), que é um valor relativamente alto para fins de projeto de irrigação considerando a segurança quanto à possibilidade de falha quanto ao atendimento da demanda de irrigação. Assim, pode-se supor que em 365 dias no ano, a ET_0 média pode ser superada em 203 dias.

O período de maior valor médio de ET_0 (4,47 mm dia⁻¹) está compreendido entre os dias 199 e 303 (Figura 4). Considerando razoáveis os níveis de probabilidades de ET_0 de 75% a 80% para dimensionamento da capacidade de sistemas de irrigação, a ET_0 de projeto deve estar entre 4,52 e 4,63 mm dia⁻¹, o que atende adequadamente a ET_0 média no período de maior demanda da atmosfera (4,47 mm dia⁻¹).

Tabela 5. Evapotranspiração de referência calculada pela distribuição de mistura de dois componentes de Weibull para diferentes comprimentos de períodos durante o ano e em função de diversos níveis de probabilidades

$F(ET_0)$	Evapotranspiração de referência acumulada (mm)										
	Período (dias)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	15
0,05	2,19	4,62	7,08	9,59	12,12	14,66	17,14	20,18	24,88	30,19	38,11
0,10	2,62	5,44	8,28	11,14	14,02	16,92	19,75	22,96	28,50	34,50	43,39
0,20	3,16	6,45	9,75	13,04	16,35	19,67	22,95	26,31	32,89	39,70	49,73
0,25	3,37	6,83	10,29	13,75	17,23	20,70	24,14	27,56	34,54	41,65	52,08
0,30	3,54	7,15	10,77	14,37	17,99	21,60	25,18	28,67	35,99	43,34	54,14
0,40	3,82	7,68	11,55	15,41	19,27	23,12	26,96	30,61	38,46	46,24	57,64
0,50	4,05	8,11	12,18	16,24	20,30	24,35	28,40	32,29	40,48	48,62	60,54
0,60	4,24	8,48	12,71	16,94	21,16	25,38	29,60	33,75	42,14	50,62	63,01
0,70	4,42	8,82	13,21	17,58	21,94	26,31	30,67	35,08	43,59	52,40	65,24
0,75	4,52	9,00	13,46	17,90	22,33	26,76	31,20	35,71	44,31	53,28	66,35
0,80	4,63	9,19	13,73	18,24	22,75	27,25	31,77	36,35	45,06	54,20	67,53
0,90	4,98	9,73	14,47	19,19	23,91	28,61	33,34	37,85	47,25	56,70	70,70
0,95	6,36	10,32	15,26	20,24	25,19	30,11	35,07	39,05	49,72	59,38	74,00
\overline{ET}_0	3,92	7,84	11,76	15,68	19,60	23,52	27,45	31,37	39,21	47,05	58,82
$F(\overline{ET}_0)$	0,444	0,436	0,432	0,431	0,431	0,431	0,431	0,444	0,435	0,432	0,438

Na Tabela 5 pode-se verificar a variação da ET_0 média nos períodos (mm dia^{-1}) à medida que este aumenta, nos níveis de probabilidades indicados. Na Figura 13 é possível fazer uma análise visual dessa variação.

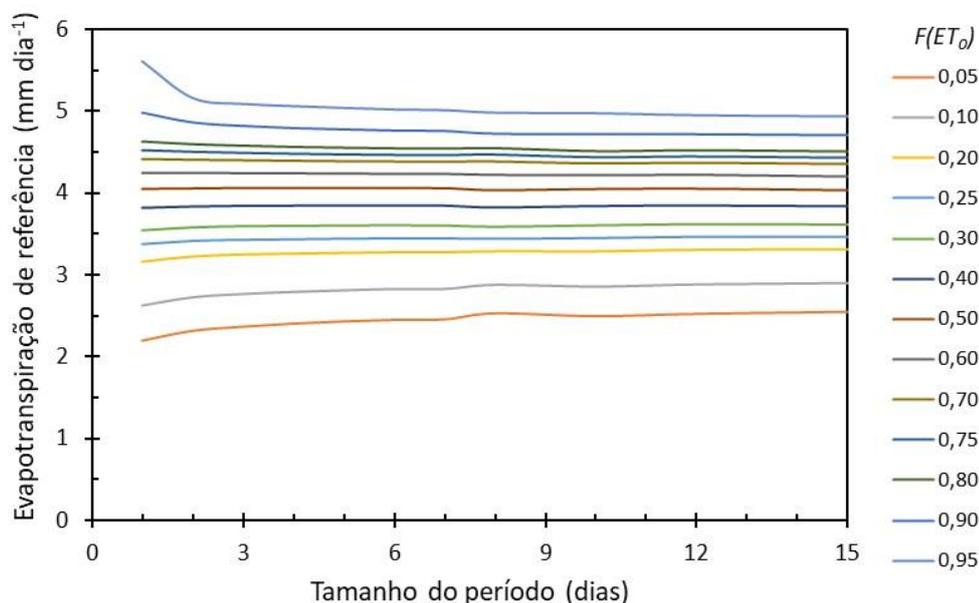


Figura 13. Evapotranspiração de referência média no período (mm dia^{-1}) em função do tamanho do período de análise (dias).

Nos níveis de probabilidades de 5% a 50% a ET_0 aumentou com o aumento do tamanho do período. Comparando-se as variações entre os períodos de 1 dia e 15 dias foram observados 16%, no nível de probabilidade de 5%, a 0,2% no nível de probabilidade de 50%, respectivamente. Para os níveis de probabilidade de 60% a 95% ocorreu redução da ET_0 média no período (1,6% em 60% de probabilidade a 27,7% no nível de 95% de probabilidade). Nos níveis de probabilidade de 75% e 80%, que representam os de maior interesse em projetos de sistemas de irrigação, essas reduções foram pequenas (2,2%).

Saad et al. (2002), analisando dados de ET_0 de Piracicaba (SP), observaram diferenças maiores nesses níveis de probabilidade quando comparados os valores médios em período de cinco dias com os valores médios de 30 dias, concluindo que sistemas dimensionados com base em uma pentada poderão ser superdimensionados e quando dimensionados com base em períodos mensais poderão ser subdimensionados. No caso deste trabalho, para Bom Jesus da Lapa (BA), as variações foram pequenas e não se pode concluir como Saad (2002), pois, os procedimentos de estimativa da evapotranspiração

trazem sempre um grau de incerteza que pode superar diferenças tão baixas quanto 2,2%. De qualquer forma, sempre é indicado que o tamanho do período de análise seja compatível com o intervalo de irrigação adotado no projeto (Hoffman et al., 2007; Bernardo et al., 2019).

A rigor, o nível de probabilidade de ET_0 a ser selecionado para projeto de sistema de irrigação é uma decisão econômica, considerando os prejuízos decorrentes da deficiência hídrica sobre a qualidade e quantidade da produção, e o aumento de custos do sistema para satisfazer níveis mais elevados de probabilidade. Frente a complexidade de realizar análise de custos e benefícios da irrigação durante a vida útil do sistema em cada nível de probabilidade, tem-se recomendado níveis de probabilidades que variam de 75% a 90% (Doorembos & Pruitt, 1984; Saad, 1990; Bernardo et al., 2019).

Normalmente, níveis mais elevados de probabilidades são selecionados para culturas de maior valor econômico e de reduzida quantidade de água disponível, entretanto, a economia dos projetos raramente justifica a escolha de níveis de probabilidade superiores a 90% (Saad et al., 2002). Geralmente, na prática, os valores usuais adotados variam de 50% a 75%, dependendo das implicações associadas ao projeto (Souza et al., 2019). Doorembos & Pruitt (1984) admitem que esses níveis estejam entre 75% e 80% na maioria das regiões irrigadas. Verifica-se em nível de Brasil, a adoção da média dos valores estimados da evapotranspiração de referência como parâmetro de dimensionamento. Na distribuição de mistura com dois componentes de Weibull, aplicada a Bom Jesus da Lapa (BA), verificou-se que a média ocorre com menos de 50% de probabilidade, indicando que este critério pode subdimensionar o sistema de irrigação, e a probabilidade desse valor ser igualado ou superado é maior que 50%.

4.6 Período de Retorno da Evapotranspiração de Referência e Risco

Curvas de ET_0 provável em função do intervalo de irrigação foram traçadas para apoiar a seleção de valores de ET_0 para fins de projeto. A Figura 14 apresenta os valores de ET_0 em função do intervalo de irrigação e período de retorno. Para o dimensionamento de sistemas de irrigação, o intervalo de irrigação geralmente indica a duração do período analisado que deve ser escolhido para se obter a ET_0 provável (Melo et al. 2021; Hoffman et al., 2007).

Para o período de retorno entre 4 e 10 anos, a ET_0 (mm dia^{-1}) diminuiu à medida que a duração do período analisado aumentou. Como exemplo, para o período de retorno de 4 anos, a ET_0 diminuiu de $4,52 \text{ mm dia}^{-1}$ (período de 1 dia) para $4,42 \text{ mm dia}^{-1}$ (período de 15 dias), o que representa uma redução de 2,2%. Para período de retorno de 5 anos, a ET_0 diminuiu de $4,63 \text{ mm dia}^{-1}$ (período de 1 dia) para $4,50 \text{ mm dia}^{-1}$ (período de 15 dias), o que representa uma redução de 2,8% e para período de retorno de 10 anos a ET_0 diminuiu de $4,98 \text{ mm dia}^{-1}$ (período de 1 dia) para $4,71 \text{ mm dia}^{-1}$ (período de 15 dias), isto é, 5,4%. Melo et al. (2021) e Saad et al. (2002) examinaram os valores médios de ET_0 em Piracicaba (SP) e verificaram uma diminuição mais expressiva de ET_0 à medida que aumentava a duração do período analisado. Da mesma forma, Hoffman et al. (2007) mencionam que a ET_0 provável diminui à medida que a duração do período médio aumenta.

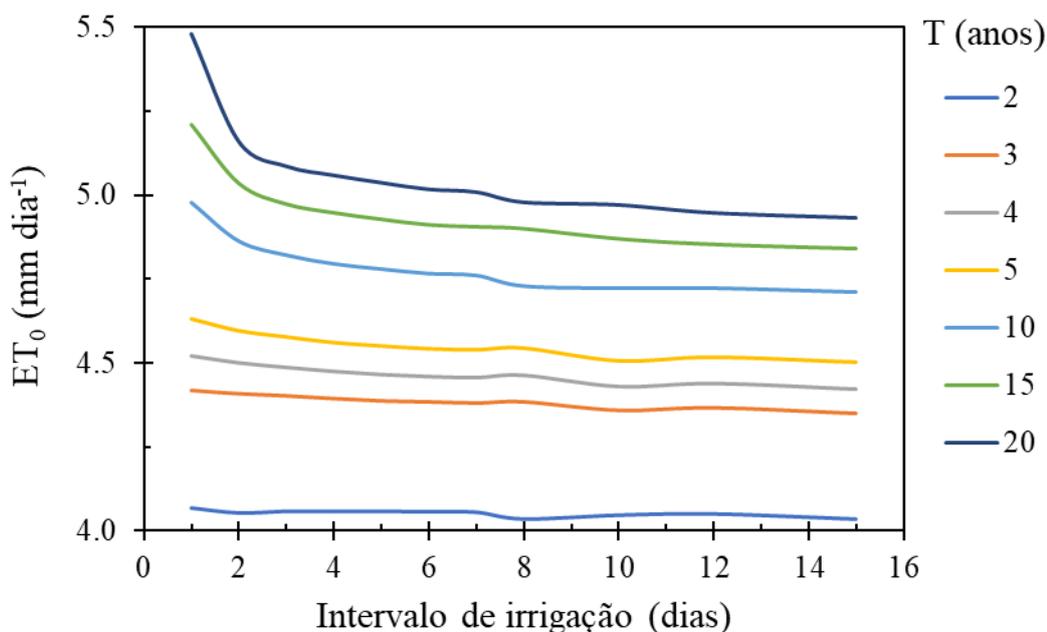


Figura 14. Valores recomendados de ET_0 (mm dia^{-1}) para projeto de irrigação em função do intervalo de irrigação e do período de retorno (T) a ser utilizado, para Bom Jesus da Lapa – BA.

Para cada valor provável de ET_0 , há um período de retorno correspondente que permite estimar o risco de não atendimento da ET_0 (Figura 14). Considerando a expectativa de vida útil do sistema de irrigação, o risco de falha pode ser estimado como a probabilidade de um evento ser excedido pelo menos uma vez a cada N anos de vida

útil. A Figura 15 apresenta o risco de não atendimento da demanda hídrica em função do período de retorno escolhido para estimar os valores de ET_0 e a expectativa de vida útil do sistema de irrigação.

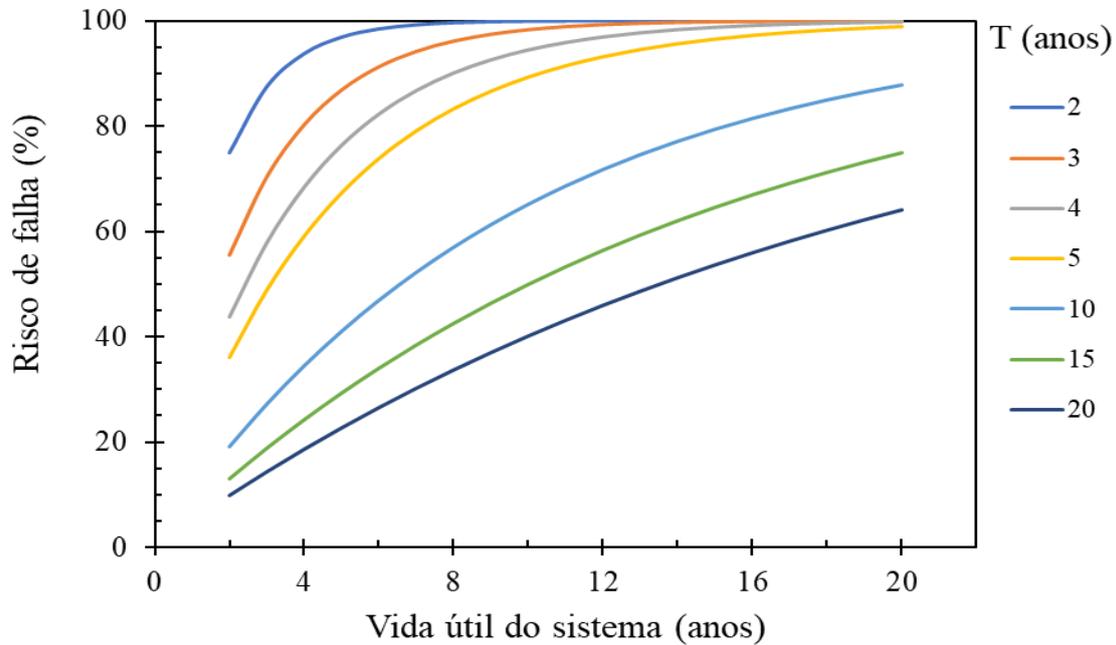


Figura 15. Risco de falha para satisfazer a ET_0 de projeto como uma função da vida útil esperada do sistema de irrigação e do período de retorno escolhido

Como exemplo, considere um sistema de irrigação de alta frequência, com expectativa de vida útil de 15 anos. Conforme mostrado na Figura 15, o risco de o sistema falhar, é de 100, 98,7, 96,5, e 79,4% para períodos de retorno de 2, 4, 5 e 10 anos, respectivamente. Nesta situação, o risco de falha corresponde à probabilidade de ultrapassagem da ET_0 pelo menos uma vez a cada 15 anos. Para um intervalo de irrigação de 2 dias, a Figura 14 fornece valores de ET_0 de 4,06, 4,50, 4,60 e 4,87 mm dia⁻¹ para os períodos de retorno de 2, 4, 5 e 10 anos, respectivamente. A necessidade de água aumentou 16,6% quando o período de retorno aumentou de 2 para 10 anos. Ainda, considerando o intervalo de irrigação de 2 dias e o período de retorno de 10 anos, há 90% de probabilidade de que a ET_0 de 4,87 mm dia⁻¹ não seja superada.

Portanto, os resultados mostrados na Figura 15 subsidiam a tomada de decisão sobre qual período de retorno deve ser selecionado para estimar a ET_0 , e a Figura 14 permite a definição da ET_0 com base no intervalo de irrigação e período de retorno (ou

risco de falha). Além disso, a Figura 15 mostra que quanto maior a vida útil do sistema de irrigação, maior o período de retorno necessário para atingir um baixo risco de falha.

Segundo Souza et al. (2019), os valores adotados para probabilidade de não superação costumam variar de 50% ($T = 2$ anos) a 75% ($T = 4$ anos), dependendo das implicações econômicas associadas ao projeto. No entanto, este estudo demonstrou que, considerando um sistema de irrigação com expectativa de vida de 15 anos, projetado para um intervalo de irrigação de 2 dias, o risco de falha foi de 100% para $T = 2$ anos e 98,7% para $T = 4$ anos.

O período de retorno assumido para um projeto depende de diversos fatores, como a capacidade do usuário em assumir risco, o valor econômico das lavouras irrigadas, clima da região e disponibilidade de recursos hídricos (Bernardo et al., 2019; Souza et al., 2019). Os custos operacionais e de investimento são sensíveis à capacidade do sistema de irrigação, por isso pode não ser econômico projetar um sistema para atender a taxas de evapotranspiração muito altas que devem ocorrer apenas raramente (Hoffman et al., 2007).

Sob condições típicas de irrigação suplementar, a economia dos projetos de irrigação não justifica a seleção de níveis de probabilidade superiores a 90% ($T = 10$ anos). Períodos de retorno superiores a 10 anos podem ser escolhidos apenas para culturas irrigadas de alto valor econômico ou excessivamente sensíveis ao déficit hídrico (Doorembos & Pruitt, 1984; Saad et al., 2002). O USDA (1993) recomenda que a capacidade do sistema seja definida com base em 90% de probabilidade de não excedência ($T = 10$ anos), mas também menciona que as probabilidades típicas de projeto variam de 75 a 95% (T de 4 a 20 anos) em função do valor da cultura pretendida.

Como aplicação, com os dados obtidos pode-se considerar a determinação da vazão necessária a um sistema de microirrigação para atender uma cultura em uma área de 20 ha irrigada simultaneamente com um tempo de aplicação de água de 18 h e intervalo de irrigação de 2 dias. A ET_0 média diária no ano para um período de 2 dias é 3,92 mm dia⁻¹ (Tabela 5). Considerando-se $K_c = 1,2$, $K_r = 0,80$ e $E_a = 90\%$, utilizando a Equação (93) obtém-se que a capacidade do sistema deve ser de 92,91 m³ h⁻¹.

Com base no tempo de retorno de 1,8 anos calculado com a probabilidade 56,4 % de excedência do valor médio (Tabela 5) e considerando a vida útil do sistema de 15 anos, o risco de o projeto falhar uma ou mais vezes ao longo da vida útil é 100%. Para tempo de retorno de 4 anos a ET_0 de projeto é 4,50 mm dia⁻¹ associada a um risco de falha de

98,7%, resultando em uma vazão de projeto de $106,67 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$, isto é, 14,81% maior do que aquela calculada pelo valor médio de ET_0 . Para uma cultura de alto valor econômico, assumindo-se um risco de 79,4% (tempo de retorno de 10 anos), ET_0 de projeto é $4,87 \text{ mm dia}^{-1}$ e a capacidade do sistema deverá ser $115,44 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$, isto é, 24,21% maior do que a capacidade dimensionada para o valor médio de $3,92 \text{ mm dia}^{-1}$. Observa-se claramente que uso da ET_0 média para o cálculo da vazão de projeto proporciona um subdimensionamento da capacidade do sistema, resultando em elevado risco de falha (100%).

5 CONCLUSÕES

As funções densidades de probabilidade (*FDP*) de mistura, com dois componentes, se sobressaíram no ajuste dos dados observados da série histórica de ET_0 para o município de Bom Jesus da Lapa – BA, em todos os períodos analisados.

Entre as *FDP's* de mistura, a WW5 foi a escolhida para estimar as probabilidades associadas a evapotranspiração de referência da região de Bom Jesus da Lapa -BA, em virtude do bom desempenho, da menor dificuldade no ajuste dos parâmetros e por apresentar maior estabilidade dos valores do indicadores de desempenho estimados para todos os períodos analisados.

As *FDP's* unimodais padrões com um componente apresentaram desempenhos inferiores. Entre estas distribuições, a *FDP* de Weibull com dois parâmetros foi a que apresentou melhor desempenho e as *FDP's* Gama e Log-Normal, com dois parâmetros, aquelas que apresentaram os desempenhos mais fracos.

A ET_0 provável para projetar sistemas de irrigação pode ser estimada com base na expectativa de vida do sistema, intervalo de irrigação e período de retorno do valor de ET_0 . Quanto maior a vida útil do sistema de irrigação, maior o período de retorno necessário para atingir um baixo risco de falha em termos de capacidade do sistema de irrigação.

Os valores médios de ET_0 em cada período ocorrem com probabilidades de não excedência inferiores a 50%, em média 43,5% (probabilidade de excedência de 56,5%), e usar os valores médios pode levar a subestimação da capacidade do sistema de irrigação com alto risco de falha.

BIBLIOGRAFIA

ABABAEI, B. Are weather generators robust tools to study daily reference evapotranspiration and irrigation requirement? *Water Resource Management*, v. 28, n.1, p. 915 – 932, 2014.

AKAIKE, H.A. A new look at the statistical model identificação. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v.19, n.6, p.716-723, 1974.

ALBRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A. *Handbook of Mathematical Functions*. New York: Dover Publications, Inc. 1046p. 1972.

ALI, M.H; ABUSTAN, I. A new novel index for evaluating model performance. *Journal of Natural Resources and Development*, v.4, p.1-9, 2014.

ALLEN, R. G.; BROCKWAY, C. E.; WRIGHT, J. L. Weather station siting and consumptive use estimates. *Journal of Water Resources Planning and Management Division*, v.109, n.2, p. 134 – 146, 1983.

ALLEN, R. G.; PEREIRA, L. S.; RAES, D.; SMITH, M. Crop evapotranspiration-guidelines for computing crop water requirements. Roma: FAO, 1998. 300p. (FAO – Irrigation and Drainage Paper, 56).

ALLEN, R. G.; WALTER, I. A.; ELLIOTT, R.; HOWELL, T.; ITENFISU, D.; JENSEN, M. The ASCE Standardized Reference Evapotranspiration Equation. ASCE-EWRI Task Committee Report, January, 59p. 2005.

ALLEN, R. G.; WRIGHT, J. L. Variation within the measured and estimated consumptive use requirements. In *Proc. of the 1983 Specialty Conference, Irrigation and Drainage Division*, 1-12. Jackson Hole, Wyo.: American Society of Civil Engineers. 1983.

ALLEN, R. G.; WRIGHT, J. L.; PRUITT, W. O.; PEREIRA, L. S.; JENSEN, M. E. Water requirements. In: HOFFMAN, G. J.; EVANS, R. G.; MARTIN, D. L.; ELLIOTT, R. L. *Design and operation of farm irrigation systems*. St. Joseph: ASABE, 2007. p.208 – 288.

ANDERSON, T. W.; DARLING, D. A. A test of goodness of fit. *Journal of American Statistcs Association*, v.49, p.765–769, 1954.

- ASSIS, J. P.; SOUSA, R. P.; BEZERRA NETO, F.; LINHARES, P. C. F. Tables of probabilities of reference evapotranspiration for the region of Mossoró, RN, Brazil. *Revista Verde de Agroecologia e Desenvolvimento Sustentável*, Pombal, v. 9, n. 3, p.58-67, 2014.
- BERNARDO, S. A computerized model to predict supplemental irrigation in tropical and subtropical climate. Logan, 1975. 155p. (PhD – Utah State University).
- BERNARDO, S.; MANTOVANI, E. C.; SILVA, D. D.; SOARES, A. A. Manual de Irrigação. 9. Ed. Viçosa: Editora UFV, 545p. 2019.
- BINOTI, D.H. B.; BINOTI, M. L. M. S.; LEITE, H. G.; FARDIN, L.; OLIVEIRA, J. C. Probability density functions for description of diameter distribution in thinned stands of *Tectona grandis*. *Cerne*, v. 18, n. 2, p. 185-196, 2012.
- BLANEY, H. F.; CRIDDLE, W. D. Determining water requirements in irrigated areas from climatological and irrigation data. Washington, USDA, 1950. 48p.
- BOBÉE, B.; ASHKAR, F. The gamma family and derived distributions applied in hydrology. Littleton, CO 0161-2841, USA: Water Resources Publications. 1991. 203p.
- BONAMENTE, M. Statistics and analysis of scientific data. New York: Springer Science. 348p. 2017.
- BURNHAM, K.P.; ANDERSON, D.R. Multimodel inference: understanding AIC and BIC in model selection. *Sociological Methods and Research*, v.33, n.2, p.261-304, 2004.
- BURR, I. W. Cumulative frequency functions. *The Annals of Mathematical Statistics*. 1942, p. 215 – 234. Presented at the joint meeting of the Institute of Mathematical Statistics, the American Mathematical Society and the Econometric Society. Chicago, 1942.
- CAMPOS, E.H.; ALVES, R. R.; SERATO, D.S.; RODRIGUES, G.S.S.C; RODRIGUES, S.C. Acúmulo de serrapilheira em fragmentos de mata *mesofítica* e cerrado *stricto sensu* em Uberlândia-MG. *Sociedade & Natureza*, v.20, n.1, p.189-203, 2008.
- CARTA, J.A.; RAMIREZ, P.; VELAZQUEZ, S. A review of wind speed probability distributions used in wind energy analysis: Case studies in the Canary Islands. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v.13, p.933–955, 2009.

COSTA, S.T.; SALES, A.R.; SANTOS, J.R. DE, SANTOS, A.R.L. SANTOS, R. Estimativa do balanço hídrico climatológico e classificação climática para o município de Bom Jesus da Lapa – BA. Revista Ifes Ciência, v.5, n.2, p.208-216, 2019.

CUNNANE C. Unbiased plotting positions—a review. Journal of Hydrology, v.37, p.205–222, 1978.

DENSKI, A. P. N.; BACK, A. J. Aderência de distribuições de probabilidades aos dados de evapotranspiração de referência decenal. Revista Brasileira de Climatologia, v. 17, p. 27 – 40, 2015.

DEVORE, J. L. Probabilidade e estatística para engenharia e ciências. Tradução da 6ª ed. Norte-Americana. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2006, 692p.

DIAS, S. H. B. Evapotranspiração de referência para projeto de irrigação no Brasil utilizando o produto MOD16. Viçosa, 2018, 75p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Viçosa.

DOORENBOS, J.; PRUITT, W.O. Guidelines for predicting crop water requirements. Rome: FAO, 1977. 179p. (FAO - Irrigation and Drainage Paper, 24).

FALLS, L.W. The Beta distribution: a statistical model for word. Alabama, NASA, 1973. p. 1 – 6. (NASA Technical Memorandum, TMX – 64714).

FIETZ, C. R.; FRIZZONE, J. A.; FOLEGATTI, M. V.; PINTO, J. M. Probabilidade de ocorrência da evapotranspiração de referência na Região de Dourados, MS. Ciência Rural, v. 27, n. 2, p. 207 – 210, 1997.

FIGUEIREDO FILHO, D. B.; SILVA JÚNIOR, J. A. da. Desvendando os mistérios do coeficiente de correlação de Pearson (r). Revista Política Hoje, v.18, n.1, p.115-146, 2009.

FRIZZONE, J. A.; FREITAS, P. S. L.; REZENDE, R.; FARIA, M. Microirrigação gotejamento e microaspersão. Maringá: Eduem, 2012.

FRIZZONE, J. A.; MELO, V. G. M. L. Produtividade da água na agricultura irrigada. In: PAOLINELLI, A.; DOURADO NETO, D.; MANTOVANI, E. C. (Org.). Diferentes abordagens sobre agricultura irrigada no Brasil. Piracicaba: ESALQ-USP, 2021, v.1, p. 277 - 298.

GERSON, M. The techniques and uses of probability plotting. *Journal of the Royal Statistical Society. Series D (The Statistician)*, v.24, n.4, p.235-257, 1975.

GÓMEZ-LÁZARO, E.; BUESO, M.C.; KESSLER, M.; MARTÍN-MARTÍNEZ, S.; ZHANG, J.; HODGE, B-M; MOLINA-GARCÍA, M. Probability density function characterization for aggregated large-scale wind power based on Weibull mixtures. *Energies*, v.9, n. 91, 15p., 2016.

GUGLIANI, G. K. Comparison of Different Multi-Parameters Probability Density Models for Wind. *Journal of Renewable and Sustainable Energy*, v. 12, 063303, 13p., 2020.

GUGLIANI, G. K.; SARKAR, A.; MANDAL, S.; AGRAWAL, V. Location wise comparison of mixture distributions for assessment of wind power potential: A parametric study. *International Journal of Green Energy*, v.14, n.9, p.737 – 753, 2017.

HAAN, C. T.; BARFIED, B. J. Data simulation from probability distributions. *Transactions of the ASAE*, v.16, n.2, p.374 – 377, 1973.

HARGREAVES, G.H.; SAMANI, Z.A. Reference crop evapotranspiration from temperature. *Applied Engineering in Agriculture*, v. 01, n. 02, p. 96-99, 1985.

HOFFMAN, G. J.; EVANS, R. G.; MARTIN, D. L.; ELLIOTT, R. L. Design and operation of farm irrigation systems. 2.ed. St. Joseph: ASABE, 2007. 863p

HOSKING, J. R .M; WALLIS, J. R. Regional frequency analysis: an approach based on L-Moments. New York: Cambridge University Press, 1997. 244p.

HOSKING, J. R. M. L-Moments: analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, v.52, p.105–24, 1990.

JUNG, C.; SCHINDLER, D. Global comparison of the goodness-of-fit of wind speed distributions. *Energy Conversion and Management*, v.133 p.216–234, 2017.

JUNG, C.; SCHINDLER, D; LAIBLE, J.; BUCHHOLZ, A. Introducing a system of wind speed distributions for modeling properties of wind speed regimes around the world. *Energy Conversion and Management*, v.144, p.181–192, 2017.

MELO, V. G. M. L.; FRIZZONE, J. A.; MELO, L. L.; CAMARGO, A. P. Extreme values of ET_0 at Piracicaba, Brazil, for designing irrigation systems. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, v.25, n.10, p.677-683, 2021.

MESQUITA, W. O.; GRIEBELER, N. P.; CORRECHEL, V. Sequência de dias chuvosos: Fator de risco à colheita em Goiás. *Engenharia Agrícola*, v.33, n. 3, p.463 – 474, 2013.

MEYER, P. L. Probabilidades: Aplicações à estatística. Tradução da 1ª ed. Norte Americana. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1972, 391p.

MONTEITH, J. L. Evaporation and environment. In. *Symposia of the Society for Experimental Biology*. University Press, Cambridge, v.19, p.205 - 234, 1965.

MONTGOMERY, D.; RUNGER, G. Applied statistics and probability for engineers. 6. Ed. Hoboken: John Wiley & Sons. 811p, 2014.

MORGAN, E. C.; LACKNER. M.; VOGEL, R. M.; BAISE, L. G. Probability distributions for offshore wind speeds. *Energy Conversion and Management*, v.52, p.15–26, 2011.

OUARDA, T. B. M. J.; CHARRON, C.; CHEBANA, F. Review of criteria for the selection of probability distributions for wind speed data and introduction of the moment and L-moment ratio diagram methods, with a case study. *Energy Conversion and Management*, v.125, p.247-265, 2016.

OUARDA, T. B. M. J; CHARRON, C.; SHIN, J.-Y.; MARPU, P. R., AL-MANDOOS, A. H.; AL-TAMIMI, M. H., GHEDIRA, H.; AL HOSARY, T. N. Probability distributions of wind speed in the UAE. *Energy Conversion and Management*, v.93 p. 414–434, 2015.

PENMAN, H. L. Natural evaporation from open water, bare soil and grass. *Proceedings of the Royal Society*, v.A193, p.120-146, 1948.

PERALTA, D.; MAZUCHELI, J.; EMANUELLI, I. P.; ROSSI, R. M. Aplicação da distribuição Burr XII na análise do tempo até a primeira postura de codornas. *Revista Brasileira de Biometria*, v.35, n.1, p.1-16, 2017.

PEREIRA, A. R.; ANGELOCCI, L. R.; SENTELHAS, P. C. Agrometeorologia - Fundamentos e aplicações práticas. Guaíba: Ed. Agropecuária, 2001, 480p.

PEREIRA, A. S.; FRIZZONE, J. A. Análise de frequência da evapotranspiração potencial para o município de Nova Odessa, SP. *Engenharia Rural*, v16, n.1, p. 9 – 15, 2005.

PEREIRA, L. S.; VALERO, J. A. J.; BUENDÍA, M.R.P.; MARTÍN-BENITO, J. M. T. *El riego e sus tecnologías*. Albacete: CREA-UCLM, 2010, 296p.

PERES, J. G. Avaliação do modelo de Penman-Monteith, padrão FAO, para estimar a evapotranspiração de referência nas condições climáticas do estado de São Paulo. Piracicaba, 1994, 116p. Tese (Doutorado) – Escola Superior de Agricultura de Luiz de Queiroz – Universidade de São Paulo.

RAO, A. R.; HAMED, K. H. *Flood frequency analysis*. New York: CRC Press, 2000. 376p.

SAAD, J. C. C. Estudo das distribuições de frequência da evapotranspiração de referência e da precipitação pluvial para fins de dimensionamento de sistemas de irrigação. Piracicaba, 1990, 124p. Dissertação (Mestrado) – Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz – Universidade de São Paulo.

SAAD, J. C. C.; BISCARO, G. A.; DELMANTO JR., O.; FRIZZONE, J. A. Estudo da distribuição da evapotranspiração de referência visando o dimensionamento de sistemas de irrigação. *Irriga*, v.7, n.1, p.10 – 17, 2002.

SANTIAGO, E. J. P.; GOMES-SILVA, F.; SILVA, A. S. A.; CANTALICE, J. R. B.; CUNHA FILHO, M.; AGUIAR, J. D. A. Adequação de modelos probabilísticos à evapotranspiração de referência no Submédio do Vale do Rio São Francisco. *Irriga*, Edição Especial – Nordeste, v.1, n.1, p.144-154, 2021

SCHIELD, M. Correlation, determination and causality. In: *Introductory Statistics*. American Statistical Association, Section on Statistical Education. 1995, 6p.

SCHWARZ, G. Estimating the dimensional of a model. *Annals of Statistics*, v.6, n.2, p.461-464, 1978.

SILVA, A. O.; CORREIA, J. S.; BASSOI, L. H.; TEIXEIRA, A. H. C. Evapotranspiração de Referência para dimensionamento de sistemas de irrigação em Petrolina, PE. *Brazilian Journal of Biosystems Engineering*, v.9, n.1, p.30-38, 2015.

SILVA, F.C.; FIETZ, C.R.; FOLEGATTI, M.V.; PEREIRA, F.A.C. Distribuição e Frequência da Evapotranspiração de Referência de Cruz das Almas, BA. *Revista*

Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, Campina Grande, v.2, n.3, p.284-286, 1998.

SMITH, M; ALLEN, R.G.; MONTEITH, J.L.; PERRIER, A.; PEREIRA, L.S.; SEGEREN, A. Report on the expert consultation on procedures for revision of FAO guidelines for predictions of crop water requirements. Rome, FAO, 1991. 45p.

SOUKISSIAN, T. Use of multi-parameter distributions for offshore wind speed modeling: the Johnson SB distribution. *Applied Energy*, v.111, p.982–1000, 2013.

SOUZA, J.L.M.; JERSZURKI, D.; BARROCA, M.V.; TRENTIN, C.V., GURSKI, B.C. Precipitação e evapotranspiração de referência prováveis para o município de Pinhais-PR. *Revista Brasileira de Agricultura Irrigada*, v.13, n.4, p.3512-3523, 2019.

TADIKAMALLA, P.R. A look at the Burr and related distributions. *International Statistical Review. Revue Internationale de Statistique*, v. 48, n. 3, p. 337–344, 1980.

THOM, H. C. S. A note on the Gamma distribution. *Monthly Weather Review*, v.86, n.4, p.117 – 122, 1958.

THORNTHWAITE, C.W. An approach toward a rational classification of climate. *Geographical Review*, v.38, p.55-94, 1948.

TIKHAMARINE, Y.; MALIK, A.; SOUAG-GAMANE, D.; KISI, O. Artificial intelligence models versus empirical equations for modeling monthly reference evapotranspiration. *Environmental Science and Pollution Research*. 27:30001–30019, 2020.

ULIANA, E. M.; SILVA, D. D.; SILVA, J. G. F.; FRAGA, M. S.; LISBOA, L. Estimate of reference evapotranspirations through continuous probability modelling. *Engenharia Agrícola*, v.37, n.2, p. 257–267, 2017.

USDA - United States Department of Agriculture. *National Engineering Handbook - Part 623 - Chapter 2: Irrigation water requirements*. Washington: NRCS, 1993. 284p.

VILLA NOVA, N .A.; FAVARIN, J. L.; ANGELOCCI, L. R., DOURADO-NETO, D. Estimativa do coeficiente de cultura do cafeeiro em função de variáveis climatológicas e fitotécnicas. *Bragantia*, v.61, n1, p.81-88, 2002.

VOGEL, R.M.; FENNESSEY, N.M. L moment diagrams should replace product moment diagrams. *Water Resources Research*, v.29, p.1745–52, 1993.

WEIBULL, W.; SWEDEN, S. A statistical distribution function of wide applicability. *Journal of Applied Mechanics*, v.51, p.293-297, 1951.

WRIGHT, J. L. New evapotranspiration crop coefficients. *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, v.108, n.2, p.57 – 74, 1983.

WRIGHT, J. L.; JENSEN, M. E. Peak water requirements in Southern Idaho. *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, v.98, n.2, p.192 – 201, 1972.

YAO, A. Y. M. A statistical model for the surface relative humidity. *Journal of Applied Meteorology*, v.13, p.17 – 21, 1974.

YAO, A. Y. M. The R index for plant water requirement. *Agricultural Meteorology*, v.6, p.259 – 273, 1969.

YILMAZ, V.; ÇELİK, H.E. A statistical approach to estimate the wind speed distribution: the case of gelibolu region. *Doğuş Üniversitesi Dergisi*, v.9, n.1, p. 122-132, 2008.

YÜRÜSEN, N. Y.; MELERO, J. J. Probability density function selection based on the characteristics of wind speed data. *Journal of Physics: Conference Series*, v.753, 032067, 2016.

ZHANG, J.; CHOWDHURY, S.; MESSAC, A.; CASTILLO, L. A multivariate and multimodal wind distribution model. *Renewable Energy*, v.51, p.436–447, 2013.

ZIN, W.Z.W.; JEMAIN, A.A.; IBRAHIM K. The best fitting distribution of annual maximum rainfall in Peninsular Malaysia based on methods of L-moment and LQ-moment. *Theoretical and applied climatology*, v.96, p.337 – 44, 2009.

APÊNDICE

Tabela I. Parâmetros de ajuste estimados para as dez distribuições de probabilidades analisadas em onze períodos de ET_0 acumulada consecutivamente, para Bom Jesus da Lapa - BA

<i>FDP</i>	Período (dias)	Parâmetros								
		α	α_1	α_2	α_3	β	β_1	β_2	μ	ω
W2	1	5,0609	-	-	-	4,3000	-	-	-	-
	2	5,5435	-	-	-	8,5619	-	-	-	-
	3	5,7999	-	-	-	12,8105	-	-	-	-
	4	6,0129	-	-	-	17,0500	-	-	-	-
	5	6,2825	-	-	-	21,2100	-	-	-	-
	6	6,4499	-	-	-	25,3560	-	-	-	-
	7	6,3950	-	-	-	29,6856	-	-	-	-
	8	6,4589	-	-	-	33,8288	-	-	-	-
	10	6,5001	-	-	-	42,2410	-	-	-	-
	12	6,2978	-	-	-	50,5681	-	-	-	-
	15	6,6200	-	-	-	63,31	-	-	-	-
N2	1	3,9207	-	-	-	0,9298	-	-	-	-
	2	7,8415	-	-	-	1,7176	-	-	-	-
	3	11,7623	-	-	-	2,474	-	-	-	-
	4	15,6833	-	-	-		-	-	-	-
	5	19,6043	-	-	-	3,9250	-	-	-	-
	6	23,5254	-	-	-	4,6260	-	-	-	-
	7	27,4467	-	-	-	5,3150	-	-	-	-
	8	31,3680	-	-	-	5,9930	-	-	-	-
	10	39,2110	-	-	-	7,3290	-	-	-	-
	12	47,0547	-	-	-	8,6420	-	-	-	-
	15	58,8218	-	-	-	10,580	-	-	-	-

Tabela I. Continuação...

<i>FDP</i>	Período (dias)	Parâmetros								
		α	α_1	α_2	α_3	β	β_1	β_2	μ	ω
LN2	1	1,3332	-	-	-	0,2701	-	-	-	-
	2	2,0314	-	-	-	0,2473	-	-	-	-
	3	2,4393	-	-	-	0,2360	-	-	-	-
	4	2,7285	-	-	-	0,2281	-	-	-	-
	5	2,9529	-	-	-	0,2219	-	-	-	-
	6	3,1362	-	-	-	0,2167	-	-	-	-
	7	3,2911	-	-	-	0,2124	-	-	-	-
	8	3,4253	-	-	-	0,2087	-	-	-	-
	10	3,6496	-	-	-	0,2028	-	-	-	-
	12	3,8327	-	-	-	0,1982	-	-	-	-
15	4,0568	-	-	-	0,1928	-	-	-	-	
B2	1	3,8874	-	-	-	4,8983	-	-	-	-
	2	4,0808	-	-	-	4,4236	-	-	-	-
	3	3,9645	-	-	-	4,1029	-	-	-	-
	4	4,1894	-	-	-	4,4461	-	-	-	-
	5	4,3278	-	-	-	4,4553	-	-	-	-
	6	4,4205	-	-	-	4,3825	-	-	-	-
	7	4,4422	-	-	-	4,3297	-	-	-	-
	8	4,2295	-	-	-	4,2085	-	-	-	-
	10	3,9936	-	-	-	3,9736	-	-	-	-
	12	3,8303	-	-	-	3,8207	-	-	-	-
15	3,7206	-	-	-	3,7009	-	-	-	-	

Tabela I. Continuação

<i>FDP</i>	Período (dias)	Parâmetros									
		α	α_1	α_2	α_3	β	β_1	β_2	μ	ω	
G2	1	15,2894	-	-	-	0,2564	-	-	-	-	
	2	18,0564	-	-	-	0,4342	-	-	-	-	
	3	19,7149	-	-	-	0,5966	-	-	-	-	
	4	20,9864	-	-	-	0,7473	-	-	-	-	
	5	22,0753	-	-	-	0,8880	-	-	-	-	
	6	23,0411	-	-	-	1,0210	-	-	-	-	
	7	23,8921	-	-	-	1,1487	-	-	-	-	
	8	24,6716	-	-	-	1,2714	-	-	-	-	
	10	25,9915	-	-	-	1,5086	-	-	-	-	
	12	27,0992	-	-	-	1,7363	-	-	-	-	
	15	28,4807	-	-	-	2,0653	-	-	-	-	
	Burr3	1	-	5,0180	23,2064	-	7,9513	-	-	-	-
		2	-	5,4400	41,6900	-	16,8375	-	-	-	-
		3	-	6,1920	3,8211	-	15,4984	-	-	-	-
		4	-	5,8467	43,5440	-	32,2280	-	-	-	-
5		-	6,0000	29,3135	-	36,9800	-	-	-	-	
6		-	6,0000	29,3135	-	44,5600	-	-	-	-	
7		-	6,7860	28,0135	-	48,1968	-	-	-	-	
8		-	6,9386	24,8214	-	53,2420	-	-	-	-	
10		-	6,0060	29,4483	-	73,9710	-	-	-	-	
12		-	6,6888	11,2751	-	71,9242	-	-	-	-	
15		-	6,8519	10,0297	-	87,4504	-	-	-	-	

Tabela I. Continuação...

<i>FDP</i>	Período (dias)	Parâmetros								
		α	α_1	α_2	α_3	β	β_1	β_2	μ	ω
Burr4	1	-	5,0124	23,2920	-	7,9552	-	-	0,0343	-
	2	-	5,4425	41,0022	-	16,7804	-	-	0,0000	-
	3	-	5,6829	48,3580	-	25,1344	-	-	0,0000	-
	4	-	5,8496	42,0207	-	32,0213	-	-	0,0000	-
	5	-	6,0060	29,2428	-	36,9710	-	-	0,1089	-
	6	-	6,0060	29,2428	-	43,9710	-	-	0,3169	-
	7	-	6,0060	29,8428	-	49,9710	-	-	1,1993	-
	8	-	6,0060	29,8428	-	56,9710	-	-	1,3979	-
	10	-	6,5468	12,8126	-	61,7165	-	-	0,1945	-
	12	-	6,5468	12,8126	-	72,7165	-	-	0,9819	-
	15	-	6,8040	10,1645	-	87,3235	-	-	0,6659	-
WW5	1	-	4,0079	12,5857	-	-	4,2020	4,3760	-	0,7115
	2	-	4,4347	12,8995	-	-	8,2916	8,8314	-	0,6937
	3	-	4,6486	13,8351	-	-	13,2809	12,3803	-	0,3022
	4	-	4,8514	15,5606	-	-	16,5211	17,7063	-	0,7260
	5	-	4,9823	16,3455	-	-	20,6478	22,1230	-	0,7370
	6	-	5,0895	16,9975	-	-	24,7641	26,5534	-	0,7451
	7	-	5,1212	17,2581	-	-	28,8746	30,9810	-	0,7490
	8	-	5,6412	17,0161	-	-	32,3999	36,2898	-	0,7490
	10	-	19,7085	5,3534	-	-	44,0235	41,1960	-	0,2300
	12	-	18,1981	5,4520	-	-	53,0544	49,4145	-	0,2398
	15	-	17,9005	5,5984	-	-	66,0055	61,7986	-	0,2259

Tabela I. Continuação.

<i>FDP</i>	Período (dias)	Parâmetros								
		α	α_1	α_2	α_3	β	β_1	β_2	μ	ω
GevW6	1	-	-0,1058	5,2520	-	-	0,5312	2,9043	4,0729	0,7560
	2	-	-0,2548	11,3300	-	-	1,9899	8,8664	6,6510	0,5800
	3	-	-0,2518	12,1347	-	-	2,7855	13,3075	9,9942	0,5814
	4	-	-0,3342	13,5260	-	-	3,9098	17,0066	14,2492	0,6611
	5	-	-0,3215	15,8418	-	-	4,6200	21,8005	17,7015	0,6940
	6	-	-0,3515	16,1998	-	-	5,9020	25,5190	21,2215	0,6810
	7	-	-0,298	23,5849	-	-	5,7169	31,9281	25,0962	0,8889
	8	-	-0,3229	23,5285	-	-	6,9169	34,1281	28,8962	0,7680
	10	-	0,0001	6,9710	-	-	3,0407	35,6082	42,7804	0,5267
	12	-	0,0003	7,3781	-	-	3,5946	42,2921	51,1717	0,5448
	15	-	-0,1820	15,8281	-	-	10,8903	66,3686	50,8644	0,6188
	BurrGev7	1	-	6,0890	19,6403	-0,1300	-	7,0135	1,2489	3,2012
2		-	11,2071	1,6543	-0,0554	-	9,0135	1,3824	5,3062	0,7295
3		-	11,3976	2,0677	-0,0570	-	13,8463	2,1495	8,3605	0,6975
4		-	12,7949	49,8302	-0,2950	-	24,0149	3,7125	13,4316	0,4100
5		-	14,3067	2,4411	-0,0621	-	23,3111	3,8532	16,5280	0,4189
6		-	15,8985	2,6450	-0,0789	-	28,0410	4,9101	19,5219	0,4139
7		-	17,7212	2,7322	-0,2155	-	32,5353	5,6373	23,4689	0,3864
8		-	19,2021	2,2322	-0,1455	-	36,5353	6,4551	26,4689	0,3863
10		-	18,8037	2,8463	-0,1195	-	45,8015	7,7600	33,7146	0,4077
12		-	23,2918	3,1984	-0,1843	-	55,0042	9,6004	40,8580	0,3358
15		-	19,3529	2,6764	-0,1677	-	69,2053	10,6412	50,4842	0,3872

Tabela II. Indicadores de desempenho das Funções Densidade de Probabilidades aplicadas à Evapotranspiração de Referência acumulada em 11 períodos distintos, em Bom Jesus da Lapa – BA.

<i>FDP</i>	1 dia				2 dias				3 dias			
	<i>RMSE_{PP}</i>	<i>PMARE</i>	<i>AIC</i>	<i>KS</i>	<i>RMSE_{PP}</i>	<i>PMARE</i>	<i>AIC</i>	<i>KS</i>	<i>RMSE_{PP}</i>	<i>PMARE</i>	<i>AIC</i>	<i>KS</i>
W2	0,0216	9,66	36080	0,032	0,0216	9,26	52494	0,033	0,0219	9,11	62278	0,034
N2	0,0362	12,46	36389	0,067	0,0399	12,42	52975	0,074	0,0412	12,35	62828	0,076
LN2	0,0689	20,47	39013	0,119	0,0689	19,89	55508	0,119	0,0682	19,30	65261	0,119
B2	0,0451	15,75	----	0,079	0,0440	14,56	----	0,077	0,0437	14,06	----	0,077
G2	0,0581	17,62	37832	0,102	0,0594	17,36	54409	0,105	0,0593	16,98	64219	0,104
Burr3	0,0265	10,22	36031	0,049	0,0267	9,36	52458	0,051	0,0297	10,56	62619	0,048
Burr4	0,0237	9,87	36052	0,037	0,0233	9,17	52484	0,036	0,0234	8,91	62268	0,037
WW5	0,0054	6,92	35482	0,011	0,0051	5,82	51880	0,011	0,0044	5,53	61640	0,010
GevW6	0,0059	4,51	35376	0,011	0,0059	5,08	51867	0,011	0,0055	4,14	61582	0,012
BurrGev7	0,0182	9,43	35522	0,028	0,0032	1,59	51695	0,007	0,0039	1,59	61520	0,010

$KS_{critico}(n; 0,05) = 0,012$

Tabela II. Continuação ...

<i>FDP</i>	4 dias				5 dias				6 dias			
	<i>RMSE_{pp}</i>	<i>PMARE</i>	<i>AIC</i>	<i>KS</i>	<i>RMSE_{pp}</i>	<i>PMARE</i>	<i>AIC</i>	<i>KS</i>	<i>RMSE_{pp}</i>	<i>PMARE</i>	<i>AIC</i>	<i>KS</i>
W2	0,0218	9,07	69329	0,034	0,0224	9,43	75863	0,036	0,0240	9,56	79381	0,038
N2	0,0412	11,88	69859	0,076	0,0407	11,53	75298	0,074	0,0404	11,18	79729	0,073
LN2	0,0666	18,61	72155	0,115	0,0650	17,95	77463	0,113	0,0638	17,31	81774	0,114
B2	0,0436	13,74	----	0,076	0,0421	12,90	----	0,074	0,0405	12,12	---	0,073
G2	0,0582	16,42	71172	0,102	0,0569	15,81	76535	0,101	0,0558	15,37	80895	0,101
Burr3	0,0265	8,57	69280	0,050	0,0268	8,28	74743	0,050	0,0244	7,51	79218	0,039
Burr4	0,0236	8,56	69297	0,039	0,0235	8,30	74758	0,037	0,0237	7,83	79214	0,037
WW5	0,0040	5,22	68664	0,008	0,0041	5,28	74140	0,010	0,0046	5,62	78607	0,011
GevW6	0,0179	8,25	69137	0,026	0,0124	6,32	74241	0,022	0,0174	9,37	79204	0,031
BurrGev7	0,0037	4,43	68642	0,008	0,0143	6,86	74211	0,021	0,0125	3,71	78690	0,018

$KS_{critico}(n; 0,05) = 0,0$

Tabela II. Continuação...

<i>FDP</i>	7 dias				8 dias				10 dias			
	<i>RMSE_{PP}</i>	<i>PMARE</i>	<i>AIC</i>	<i>KS</i>	<i>RMSE_{PP}</i>	<i>PMARE</i>	<i>AIC</i>	<i>KS</i>	<i>RMSE_{PP}</i>	<i>PMARE</i>	<i>AIC</i>	<i>KS</i>
W2	0,0217	8,72	83075	0,036	0,0222	8,56	86345	0,035	0,0218	8,18	91799	0,034
N2	0,0398	10,94	83475	0,073	0,0395	10,80	86711	0,073	0,0389	10,52	92134	0,073
LN2	0,0623	16,82	85414	0,110	0,0613	16,37	88555	0,110	0,0599	15,48	93822	0,110
B2	0,0393	11,54	----	0,069	0,0393	11,47	----	0,071	0,0385	11,00	----	0,072
G2	0,0557	14,92	84579	0,098	0,0540	14,54	87759	0,098	0,0527	14,00	93089	0,098
Burr3	0,0252	10,55	83184	0,046	0,0290	10,93	86524	0,045	0,0266	7,96	91805	0,047
Burr4	0,0231	8,22	82999	0,036	0,0234	7,82	86254	0,037	0,0235	8,22	91714	0,037
WW5	0,0052	6,53	82408	0,011	0,0090	5,72	86015	0,012	0,0062	6,82	91212	0,014
GevW6	0,0257	6,03	82825	0,041	0,0195	6,93	86258	0,036	0,0056	3,08	91234	0,014
BurrGev7	0,0018	1,39	82196	0,005	0,0066	3,12	85546	0,011	0,0094	3,69	91090	0,017

$KS_{critico}(n; 0,05) = 0,012$

Tabela II. Continuação...

<i>FDP</i>	12 dias				15 dias			
	<i>RMSE_{PP}</i>	<i>PMARE</i>	<i>AIC</i>	<i>KS</i>	<i>RMSE_{PP}</i>	<i>PMARE</i>	<i>AIC</i>	<i>KS</i>
W2	0,0232	8,16	96233	0,044	0,0217	8,88	101760	0,034
N2	0,0387	10,37	96571	0,075	0,0383	10,11	102014	0,073
LN2	0,0587	15,02	98132	0,107	0,0572	14,55	103418	0,105
B2	0,0380	10,69	----	0,070	0,0372	10,32	----	0,068
G2	0,0519	13,63	97451	0,097	0,0508	13,30	102801	0,094
Burr3	0,0258	8,51	96172	0,049	0,0260	9,04	101660	0,049
Burr4	0,0260	8,44	96175	0,050	0,0242	9,04	101673	0,037
WW5	0,0086	7,64	95685	0,019	0,0084	4,97	101216	0,018
GevW6	0,0057	3,22	95484	0,013	0,0055	2,30	100769	0,012
BurrGev7	0,0078	3,93	95564	0,015	0,0036	1,56	100748	0,008

$KS_{critico}(n; 0,05) = 0,012$

Tabela III. Classificação (da primeira à décima colocação) das distribuições de probabilidades de ET_0 em Bom Jesus da Lapa – BA, segundo os índices de desempenho.

<i>FDP</i>	CLASSIFICAÇÃO - 1 DIA			CLASSIFICAÇÃO - 2 DIAS			CLASSIFICAÇÃO - 3 DIAS		
	$RMSE_{pp}$	$PMARE$	KS	$RMSE_{pp}$	$PMARE$	KS	$RMSE_{pp}$	$PMARE$	KS
BurrGev7	3	3	3	1	1	1	1	1	1
WW5	1	2	1	2	3	2	2	3	2
GevW6	2	1	2	3	2	3	1	1	1
W2	4	4	4	4	5	4	4	5	4
Burr4	5	5	5	5	4	5	5	4	5
Burr3	6	6	6	6	6	6	6	6	6
N2	7	7	7	7	7	7	7	7	7
B2	8	8	9	8	8	8	8	8	8
G2	9	9	9	9	9	9	9	9	9
LN2	10	10	10	10	10	10	10	10	10

Tabela III. Continuação...

<i>FDP</i>	CLASSIFICAÇÃO - 4 DIAS			CLASSIFICAÇÃO - 5 DIAS			CLASSIFICAÇÃO - 6 DIAS		
	<i>RMSE_{PP}</i>	<i>PMARE</i>	<i>KS</i>	<i>RMSE_{PP}</i>	<i>PMARE</i>	<i>KS</i>	<i>RMSE_{PP}</i>	<i>PMARE</i>	<i>KS</i>
BurrGev7	1	1	1	3	3	2	2	1	2
WW5	2	2	2	1	1	1	1	2	1
GevW6	3	3	3	2	2	3	3	5	3
W2	4	6	4	4	6	4	5	6	5
Burr4	5	4	5	5	5	5	4	4	4
Burr3	6	5	6	6	4	6	6	3	6
N2	7	7	7	7	7	7	7	7	7
B2	8	8	8	8	8	8	8	8	8
G2	9	9	9	9	9	9	9	9	9
LN2	10	10	10	10	10	10	10	10	10

Tabela III. Continuação...

<i>FDP</i>	CLASSIFICAÇÃO - 7 DIAS			CLASSIFICAÇÃO - 8 DIAS			CLASSIFICAÇÃO - 10 DIAS		
	<i>RMSE_{pp}</i>	<i>PMARE</i>	<i>KS</i>	<i>RMSE_{pp}</i>	<i>PMARE</i>	<i>KS</i>	<i>RMSE_{pp}</i>	<i>PMARE</i>	<i>KS</i>
BurrGev7	1	1	1	1	1	1	3	2	3
WW5	2	3	2	2	2	2	2	3	2
GevW6	6	2	5	3	3	4	1	1	1
W2	3	5	3	4	5	3	4	5	4
Burr4	4	4	4	5	4	5	5	6	5
Burr3	5	6	6	6	7	6	6	4	6
N2	8	7	8	8	6	8	8	7	8
B2	7	8	7	7	8	7	7	8	7
G2	10	9	9	9	9	9	9	9	9
LN2	9	10	10	10	10	10	10	10	10

Tabela III. Continuação...

<i>FDP</i>	CLASSIFICAÇÃO - 12 DIAS			CLASSIFICAÇÃO - 15 DIAS		
	<i>RMSE_{pp}</i>	<i>PMARE</i>	<i>KS</i>	<i>RMSE</i>	<i>PMARE</i>	<i>KS</i>
BurrGev7	2	2	2	1	1	1
WW5	3	3	3	3	3	3
GevW6	1	1	1	2	2	2
W2	4	4	4	4	4	4
Burr4	6	5	6	5	6	5
Burr3	5	6	5	6	5	6
N2	8	7	8	8	7	8
B2	7	8	7	7	8	7
G2	9	9	9	9	9	9
LN2	10	10	10	10	10	10

Tabela IV. Notas (escala de 1 a 10) atribuídas ao desempenho das distribuições de probabilidade de ET_0 , em Bom Jesus da Lapa - BA

<i>FDP</i>	NOTA DESEMPENHO			Média	NOTA DESEMPENHO			Média	NOTA DESEMPENHO			Média
	1 DIA				2 DIAS				3 DIAS			
	<i>RMSE_{pp}</i>	<i>PMARE</i>	<i>KS</i>		<i>RMSE_{pp}</i>	<i>PMARE</i>	<i>KS</i>		<i>RMSE_{pp}</i>	<i>PMARE</i>	<i>KS</i>	
BurrGev7	8	8	8	8,0	10	10	10	10,0	10	10	10	10,0
WW5	10	9	10	9,7	9	8	9	8,7	9	8	9	8,7
GevW6	9	10	9	9,3	8	9	8	8,3	8	9	8	8,3
W2	7	7	7	7,0	7	6	7	6,7	7	6	7	6,7
Burr4	6	6	6	6,0	6	7	6	6,3	6	7	6	6,3
Burr3	5	5	5	5,0	5	5	5	5,0	5	5	5	5,0
N2	4	4	4	4,0	4	4	4	4,0	4	4	4	4,0
B2	3	3	3	3,0	3	3	3	3,0	3	3	3	3,0
G2	2	2	2	2,0	2	2	2	2,0	2	2	2	2,0
LN2	1	1	1	1,0	1	1	1	1,0	1	1	1	1,0

Tabela IV – Continuação...

<i>FDP</i>	NOTA DESEMPENHO			Média	NOTA DESEMPENHO			Média	NOTA DESEMPENHO			Média
	4 DIAS				5 DIAS				6 DIAS			
	<i>RMSE_{pp}</i>	<i>PMARE</i>	<i>KS</i>		<i>RMSE_{pp}</i>	<i>PMARE</i>	<i>KS</i>		<i>RMSE_{pp}</i>	<i>PMARE</i>	<i>KS</i>	
BurrGev7	10	10	10	10,0	8	8	9	8,3	9	10	9	9,3
WW5	9	9	9	9,0	10	10	10	10,0	10	9	10	9,7
GevW6	8	8	8	8,0	9	9	8	8,7	8	6	8	7,3
W2	7	5	7	6,3	7	5	7	6,3	6	5	6	5,7
Burr4	6	7	6	6,3	6	6	6	6,0	7	7	7	7,0
Burr3	5	6	5	5,3	5	7	5	5,7	5	8	5	6,0
N2	4	4	4	4,0	4	4	4	4,0	4	4	4	4,0
B2	3	3	3	3,0	3	3	3	3,0	3	3	3	3,0
G2	2	2	2	2,0	2	2	2	2,0	2	2	2	2,0
LN2	1	1	1	1,0	1	1	1	1,0	1	1	1	1,0

Tabela IV – Continuação...

<i>FDP</i>	NOTA DESEMPENHO				NOTA DESEMPENHO				NOTA DESEMPENHO			
	7 DIAS			Média	8 DIAS			Média	10 DIAS			Média
	<i>RMSE_{PP}</i>	<i>PMARE</i>	<i>KS</i>		<i>RMSE_{PP}</i>	<i>PMARE</i>	<i>KS</i>		<i>RMSE_{PP}</i>	<i>PMARE</i>	<i>KS</i>	
BurrGev7	10	10	10	10,0	10	10	10	10,0	8	9	8	8,3
WW5	9	8	9	8,7	9	9	9	9,0	9	8	9	8,7
GevW6	5	9	6	6,7	8	8	7	7,7	10	10	10	10,0
W2	8	6	8	7,3	7	6	8	7,0	7	6	7	6,7
Burr4	7	7	7	7,0	6	7	6	6,3	6	5	6	5,7
Burr3	6	5	5	5,3	5	4	5	4,7	5	7	5	5,7
N2	3	4	3	3,3	3	5	3	3,7	3	4	3	3,3
B2	4	3	4	3,7	4	3	4	3,7	4	3	4	3,7
G2	1	2	2	1,7	2	2	2	2,0	2	2	2	2,0
LN2	2	1	1	1,3	1	1	1	1,0	1	1	1	1,0

Tabela IV – Continuação...

<i>FDP</i>	NOTA DESEMPENHO				NOTA DESEMPENHO			
	12 DIAS			Média	15 DIAS			Média
	<i>RMSE_{PP}</i>	<i>PMARE</i>	<i>KS</i>		<i>RMSE_{PP}</i>	<i>PMARE</i>	<i>KS</i>	
BurrGev7	9	9	9	9,0	10	10	10	10,0
WW5	8	8	8	8,0	8	8	8	8,0
GevW6	10	10	10	10,0	9	9	9	9,0
W2	7	7	7	7,0	7	7	7	7,0
Burr4	5	6	5	5,3	6	5	6	5,7
Burr3	6	5	6	5,7	5	6	5	5,3
N2	3	4	3	3,3	3	4	3	3,3
B2	4	3	4	3,7	4	3	4	3,7
G2	2	2	2	2,0	2	2	2	2,0
LN2	1	1	1	1,0	1	1	1	1,0